情報の価値について

菅　　　準　一

菅［2002］の数値例を使って、情報にノイズが含まれない場合の情報の価値について考えてみる。情報の価値を計る伝統的な方法の一つに、その情報が付加する期待最大利潤をもってその情報の価値とするという考え方がある。本稿ではこの伝統にしたがって、独占的にワインを製造販売するワイン業者が顧客を見分ける情報の経済的価値をいかに評価するかについて簡単な数値例を用いて議論した。さらには完全差別化を行うワイン業者の行動を情報および知識の側面から分析することによって、独占的利潤の源泉としての知識および情報の果たす役割を明らかにすると同時に、その知識や情報の経済的価値を具体的な数値例を用いることによって大小比較が可能となった。独占的利潤の情報的基盤を商品の品揃えに関する知識と顧客を識別する情報の二つに分類し、それぞれについてその価値を計ってみた。われわれの分析では、まず完全差別化のための品揃えの知識は持っているが、顧客の特性に関する情報を持たないワイン業者を考えて、品揃えをまねることが付加する期待利潤を求めた。その後で、顧客に関するワンセットの情報と断片的な情報の価値を求めた。

キーワード：情報の価値、情報の非対称性、Mathematica

モ　デ　ル

ここで分析の枠組みを簡単に示しておこう。独占的にワインを製造販売する業者と、二つのタイプの消費者がいる市場を考える。一つのタイプは、ワインの愛好家でワインの質の違いに敏感であり、良質のワインには高額を出しても惜しくないと考えている。もう一つのタイプは、良質のワインを飲んでも普通のワインを飲んでも、その違いがさほどには感じられない無頓着な消費者である。この２つのタイプを添字　$i=1,2$をつけて区別することにする。第i消費者が、品質q_iのワインを消費することから得られる効用を$u(q_i, \theta_i)$とする。ここで、θ_iは、ワインの質に対するこだわりを表す正のパラメーターである。また、ワインに費やす金額をt_iとすると、第i消費者の得る正味の効用U_iは、$U_i = U_i(q_i, t_i) = u(q_i, \theta_i) - t_i$となる。いま、$\theta_1 < \theta_2$と仮定して、洗練された消費者を第２消費者とよび、無頓着な消費者を第１消費者と呼ぶことにする。

もし、消費者のタイプを見抜くことができるなら、洗練されたタイプには良質で高価なワインを提供し、無頓着な消費者には普通で安価なワインを提供して、タイプごとに品質と価格をかえることによって、プリンシパルの効用（利潤）を最大化できるかもしれない。このような方法は第一種価格差別化と呼ばれている。まず、第一種価格差別化によって利潤の最大化が可能である場合（最善の状態 “first best”）が一つあることを数学モデルを用いて示す。次にこのような差別化ができない状況では、すべての消費者に同品質、同価格のまったく同じワインを提供しなければならない。いいかえると$q_1=q_2=q$であり$t_1=t_2=t$でなければならない。この状況で独占企業の利潤を最大化するように、ワインの価格と品質を選ぶことを考えてみよう。生産されたワインが売れるためには消費者の合理性条件を満たさないといけない。われわれの数値例では無頓着な消費者の個人合理性条件が等号で成立する。つまり、あたかもすべての消費者が無頓着であるかのように考えてワインを提供することになることを示す。以下ではワインをその品質qと価格 t のペア(q,t)として表現する。

情報構造ゼロ：無頓着な消費者の効用関数$U_1(q,t)$と洗練された消費者の効用関数$U_2(q,t)$を正確に知っている。したがって、無頓着な消費者の個人合理性を満たすワインの集合$Y_1=\{(q,t) \mid U_1(q,t)\geq 0\}$、洗練された消費者の個人合理性を満たすワインの集合$Y_2=\{(q,t) \mid U_2(q,t)\geq 0\}$を知っているものとする。しかし２人を見分けることができない。

単純化の仮定１

$$u(q_1,\ \theta_i)=\theta_i\, q_i$$

したがって$U_i=U_i(q_i,t_i)=\theta_i q_i-t_i$

ワイン製造販売業者

ワインを製造する業者は任意の品質$q\in(0,\ \infty)$を生産することができ、品質qのワインの生産には費用$C(q)$がかかる。プリンシパルの効用 v は、受け取り t から費用$C(q)$を差し引いた$v=t-C(q)$になる。

単純化の仮定２

$$C(q)=q^2$$

ファーストベスト：完全差別化

もしワインの販売業者が、消費者のタイプθ_iを見分けることができるならば、タイプごとに次の問題を解くであろう。プリンシパルは、エージェントの個人合理性（the individual rationality）条件の制約の下で、目的関数$v_i=t_i-q_i^2$を最大にしようとする。

$$\max_{q\_i,t\_i} \quad v_i=t_i-q_i^2$$

$$\text{s.t.} \quad U_i=\theta_i q_i-t_i \geq 0$$

このときの最適解(q_i^*, t_i^*)と、タイプの特性θ_iとの関係は以下のようになる。

$$q_i^*=\frac{\theta_i}{2}, \quad t_i^*=\frac{\theta_i^2}{2}$$

したがって、

$$v_i^*=\frac{\theta_i^2}{4}$$

となるから完全差別化したときの利潤の合計v^*は

$$v^*=\frac{n\theta_1^2}{4}+\frac{(m-n)\theta_2^2}{4}$$となる。

ここで、mは消費者の総数、nは無頓着な消費者の数である。

消費者のタイプが識別できないか、差別化ができない場合には、

$$\max_{q,t} \quad v=\mathrm{m}(\mathrm{t}-q^2)$$

$$\text{s.t.} \quad \theta_1 q-t\geq 0 \quad \text{かつ} \quad \theta_2 q-t\geq 0$$

したがって、$\theta_2 q-t> \theta_1 q-t\geq 0$がなりたつから、タイプ1の条件のみを考慮すればよい。

$$q^*=\frac{\theta_1}{2}, \quad t^*=\frac{\theta_1^2}{2}$$

$$v^*=\frac{m\theta_1^2}{4}$$

5人中3人が洗練されていない無頓着な消費者であるとき、$\theta_1\rightarrow 6$，$\theta_2\rightarrow 12$，$m\rightarrow 5$，$n\rightarrow 3$として、利潤を計算すると、

完全差別化の場合の利潤	99
消費者を差別化できないときの利潤	45

となる。

ここで、独占企業が完全差別化によって付加することができた利潤は、安いワインを3本、高いワインを2本用意することおよび2種類のワインの価格と品質をいかに設定するかにかかわる知識がないと実現できない。つまり品揃えについての知識が利潤の一つの源泉である。しかしそれだけでは十分ではなくて、それと同時にいま対面している消費者の特徴を見抜くことができないと利潤は実現できない。品揃えの知識と識別情報がセットになって初めて有効な販売ができるのである。それではいずれが重要だと判断できるだろうか。以下では、消費者を識別する情報のもつ重要性を簡単な数値例を用いながら考えてみる。

消費者の特徴を識別できないにもかかわらず、完全差別化の場合と同じように安いワインを3本と高いワインを2本生産販売したら、どのような利潤の水準が期待できるか考えてみ

る。５人中３人が洗練されていない無頓着な消費者であるとき、無頓着な消費者用に３本、洗練された消費者用に２本のワインを用意して先着順に購入してもらうことにする。いま消費者を見分ける能力のない店員が応対をまかされているとする。この店員は、消費者のなすがままの結果を受け入れざるをえない。完全差別化の場合の安いワインは、価格が18で品質が３であった。高いワインは価格が72で品質は６であった。これをもとに各消費者がワインを消費するときの効用水準を計算すると以下のようになる。

	安いワイン	高いワイン
無頓着な消費者	0	−36
洗練された消費者	18	0

来店の順番によっては洗練された消費者が洗練されてない消費者になりすまして安いワインを購入していき、後から来店した無頓着な消費者が高いワインを購入せずに帰ってしまい高いワインが売れ残ってしまうこともある。５人の消費者の来店の確率が等しいとして、消費者を見分けられない店員はどのような利潤をもたらすか考えてみよう。５人の来店パターンを計算するもとになる組み合わせの数から、この問題を考えてみると全体としては10の組み合わせが考えられる。

洗練されてない３人の消費者全員が先着３名の中に含まれるような到着パターンのもとになる組み合わせの数は１である。したがって、ある事象の起こる確率を相対頻度として捉えると、洗練されない消費者が全員先着して洗練された消費者の成り済ましの余地がなく５本のワインがすべて売れる確率は$\frac{1}{10}$と考えられる。同様に洗練された消費者の１人に先着を許して成り済まされて高価なワインが１本売れ残る確率は$\frac{6}{10}$であり、さらには洗練された消費者２人が先着して高価なワインが２本売れ残る確率は$\frac{3}{10}$となる。顧客を見分けることができない店員のもたらす売り上げのパターンと確率、利潤を表にすると以下のようになる。

売り上げ	確率	利潤
完売	$\frac{1}{10}$	99
１本売れ残り	$\frac{6}{10}$	27
２本売れ残り	$\frac{3}{10}$	−45

期待値は、

$$\frac{1}{10}\times 99+\frac{6}{10}\times 27+\frac{3}{10}\times -45=\frac{63}{5}$$

分散は、$\frac{1}{10}\times\left(99-\frac{63}{5}\right)^2+\frac{6}{10}\times\left(27-\frac{63}{5}\right)^2+\frac{3}{10}\times\left(-45-\frac{63}{5}\right)^2=\frac{46656}{25}$

この期待値や分散の意味を明らかにするために、Mathematicaを用いてコンピュータを使っ

た実験をしてみよう。組み合わせの問題を処理する標準パッケージを読み込む。

<<DiscreteMath`Combinatorica'

いま５人の顧客がランダムにやって来るとする。５人の顧客の集合をΩ＝{1,2,3,4,5}と表現すると、その到着の仕方はこの集合から重複を許さない形で５人を選び出して並べる順列として表すことができる。まずΩ＝Table[i, {i,1,m}]で、m人の顧客の集合を生成する。ここで、mに５を割り当てると、所望のΩ＝{1,2,3,4,5}を得ることができる。エラーメッセージが出るが結果には影響しない。

Ω＝Table[i, {i,1,m}]／. m→5

Table::iterb：反復演習{i,1,m}は適正な範囲を持ちません。

{1,2,3,4,5}

このΩからつくられる順列のすべてからなる集合を改めてΩと定義しなおす。

Ω＝Permutations [Ω]

{{1,2,3,4,5}, {1,2,3,5,4}, {1,2,4,3,5}, {1,2,4,5,3}, {1,2,5,3,4},
{1,2,5,4,3}, {1,3,2,4,5}, {1,3,2,5,4}, {1,3,4,2,5}, {1,3,4,5,2},
{1,3,5,2,4}, {1,3,5,4,2}, {1,4,2,3,5}, {1,4,2,5,3}, {1,4,3,2,5},
{1,4,3,5,2}, {1,4,5,2,3}, {1,4,5,3,2}, {1,5,2,3,4}, {1,5,2,4,3},
{1,5,3,2,4}, {1,5,3,4,2}, {1,5,4,2,3}, {1,5,4,3,2}, {2,1,3,4,5},
{2,1,3,5,4}, {2,1,4,3,5}, {2,1,4,5,3}, {2,1,5,3,4}, {2,1,5,4,3},
{2,3,1,4,5}, {2,3,1,5,4}, {2,3,4,1,5}, {2,3,4,5,1}, {2,3,5,1,4},
{2,3,5,4,1}, {2,4,1,3,5}, {2,4,1,5,3}, {2,4,3,1,5}, {2,4,3,5,1},
{2,4,5,1,3}, {2,4,5,3,1}, {2,5,1,3,4}, {2,5,1,4,3}, {2,5,3,1,4},
{2,5,3,4,1}, {2,5,4,1,3}, {2,5,4,3,1}, {3,1,2,4,5}, {3,1,2,5,4},
{3,1,4,2,5}, {3,1,4,5,2}, {3,1,5,2,4}, {3,1,5,4,2}, {3,2,1,4,5},
{3,2,1,5,4}, {3,2,4,1,5}, {3,2,4,5,1}, {3,2,5,1,4}, {3,2,5,4,1},
{3,4,1,2,5}, {3,4,1,5,2}, {3,4,2,1,5}, {3,4,2,5,1}, {3,4,5,1,2},
{3,4,5,2,1}, {3,5,1,2,4}, {3,5,1,4,2}, {3,5,2,1,4}, {3,5,2,4,1},
{3,5,4,1,2}, {3,5,4,2,1}, {4,1,2,3,5}, {4,1,2,5,3}, {4,1,3,2,5},
{4,1,3,5,2}, {4,1,5,2,3}, {4,1,5,3,2}, {4,2,1,3,5}, {4,2,1,5,3},
{4,2,3,1,5}, {4,2,3,5,1}, {4,2,5,1,3}, {4,2,5,3,1}, {4,3,1,2,5},
{4,3,1,5,2}, {4,3,2,1,5}, {4,3,2,5,1}, {4,3,5,1,2}, {4,3,5,2,1},
{4,5,1,2,3}, {4,5,1,3,2}, {4,5,2,1,3}, {4,5,2,3,1}, {4,5,3,1,2},
{4,5,3,2,1}, {5,1,2,3,4}, {5,1,2,4,3}, {5,1,3,2,4}, {5,1,3,4,2},
{5,1,4,2,3}, {5,1,4,3,2}, {5,2,1,3,4}, {5,2,1,4,3}, {5,2,3,1,4},

{5,2,3,4,1}, {5,2,4,1,3}, {5,2,4,3,1}, {5,3,1,2,4}, {5,3,1,4,2},
{5,3,2,1,4}, {5,3,2,4,1}, {5,3,4,1,2}, {5,3,4,2,1}, {5,4,1,2,3},
{5,4,1,3,2}, {5,4,2,1,3}, {5,4,2,3,1}, {5,4,3,1,2}, {5,4,3,2,1}}

このリストの要素の数が5人の消費者が到着するすべてのパターンの数に等しい。

Length [Ω]

120

つまり$\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots\cdots \omega_{120}\}$は、このうちのいずれか一つが出現すると、他のものは出現しえない互いに背反する120個の事象からなる。いいかえると、$\Omega=\cup_{i=1}^{120}\{\omega_i\}$, $\{\omega_i\}\cap\{\omega_j\}=\phi\ (i\neq j)$となる。いまいずれの事象も同じ確率で起きるとすると、Ωの部分集合の族で定義された、つぎのような3つの条件を満たす離散的確率測度Pを考えるとよい。

(i) $P[\omega_i]=x\geq 0 \quad i=1,2,...,120$ （非負性）

(ii) $P[\phi]=0$, $P[\Omega]=1;$

(iii) $P[\Omega]=P[\cup_{i=1}^{120}\{\omega_i\}]=\Sigma_{i=1}^{120}P[\omega_i]=120x=1$ （加法性）

したがって、

$$P[\omega_i]=\frac{1}{120} \quad i=1,2,...,120$$

5人が到着する120のパターンのどの到着パターンも同じ頻度で現れるとすると、いずれの到着パターンも$\frac{1}{120}=0.008333....$の確率で出現することになる。このワイン店に5人の消費者が到着するパターンについて、まったく情報を持たないとなると、いずれの到着パターンもまったく同じように出現すると考えざるをえないから、情報をもたない店員の前に5人の消費者が出現する様子をシミュレートするにはΩから等確率で各要素を抜き出すことを行うとよい。そのためには1から120までの数がランダムに発生する乱数を使って、1が出たら上記のリストの1番目の要素である{1,2,3,4,5}、3が出たら3番目の要素である{1,2,4,3,5}という具合に抜き出していけばよい。幸いにも*Mathematica*には、m個の数字を並べ替えて得られる順列を等確率で発生するRandomPermutation[m]という組み込み関数がある。いま、5人の顧客が到着するパターンをランダムに出現させようとしているのだから、m＝5とすればよい。下の例では{1,4,5,2,3}という到着パターンが出現したことになる。

RandomPermutation [5]

{1,4,5,2,3}

ここで消費者の特徴を見抜けない店員の情報処理の方法を、いかに表現すべきであるかが問題となるが、たんに客であるとして認識する以上のものではないとする。これは、{1,4,5,2,3}の各数字に対してa customerを対応させる一定値をとる関数fとして表現できるであろう。

```
f[x_]:=a customer;
Map[f, {1,4,5,2,3,}]
  {a customer, a customer, a customer, a customer, a customer}
```

それでは、熟練した店員のもつ情報をexpertという関数で表現してみることにする。

```
expert[x_]:=a customer/;x≦3;     (* 3以下ならただの客*)
expert[x_]:=good/;x≧4;           (* 4以上なら上客*)
Map[expert, {1,4,5,2,3}]
  {a customer, good, good, a customer, a customer}
```

関数 f と関数expertを到着パターン {1,4,5,2,3} に適用したものをもう一度示しておくと以下のようになる。

```
Map[f, {1,4,5,2,3}]
Map[expert, {1,4,5,2,3}]
  {a customer, a customer, a customer, a customer, a customer}
  {a customer, good, good, a customer, a customer}
```

これでは経験の少ない店員が先着順に応対すると、洗練された消費者2人が先着3名の中に入っていることに気付かず、高価なワインが2本売れ残ってしまいワイン業者が手にする利潤は−45となり45の損失を被ることになる。洗練された客は、安いワインを隠して高価なワインをすすめると高い利潤をもたらすが、間違って安いワインを出すと無頓着な客になりすましてそれを買っていき、売れ残りの損害を与える厄介な客なのである。

もう一度ランダムにサンプルを取り出して原サンプルを表示すると同時に、関数 f と関数expertを使って、その原サンプルから経験の少ない店員と熟練した店員がどのような情報を引き出したのかを示してみる。

```
s=RandomPermutation[5]
Map[f,s]
Map[expert,s]
{4,3,2,5,1}
{a customer, a customer, a customer, a customer, a customer}
{good, a customer, a customer, good, a customer}
```

経験の少ない店員が応対すると、洗練された消費者の1人が先着3名の中に入っていることを見抜けないで、高価なワイン1本が売れ残ってしまいワイン業者が手にする利潤は27となる。

この実験から経験の少ない店員が2度応対して先着順に販売すると、合計−45＋27＝−18の利潤をもたらすことがわかる。それでは2度の応対によって常にこのようなことが起こると考えてよいのだろうかという疑問が頭に浮かぶ。もともとが運任せなのだから、たんに運が悪かっただけで巡り会わせさえ良ければワインを完売して99の利潤をもたらすことがあることも否めないだろう。

Tableコマンドと組み合わせて、ランダムに到着パターンを150回発生させる模擬実験をすると以下のようになる。

```
k=Table[RandomPermutation[m], {tn}]/. {m→5,tn→150}
    {{1,5,2,3,4}, {4,3,2,1,5}, {2,5,1,4,3}, {3,1,4,5,2}, {5,1,2,4,3},
     {4,2,1,5,3}, {2,1,4,5,3}, {2,5,1,4,3}, {1,4,2,3,5}, {5,3,4,2,1},
     {5,3,1,2,4}, {1,4,3,2,5}, {5,1,4,2,3}, {1,5,2,4,3}, {2,5,1,4,3},
     {4,1,2,3,5}, {1,4,2,5,3}, {3,4,5,1,2}, {4,1,2,5,3}, {2,3,5,4,1},
     {2,4,5,1,3}, {3,1,4,2,5}, {2,1,4,3,5}, {3,1,2,5,4}, {4,3,1,2,5},
     {2,4,1,3,5}, {2,5,1,3,4}, {1,2,3,4,5}, {4,2,5,1,3}, {3,4,1,2,5},
     {4,1,2,3,5}, {2,5,1,3,4}, {2,1,5,4,3}, {2,4,3,5,1}, {3,5,2,1,4},
     {1,2,4,5,3}, {1,4,2,3,5}, {1,5,4,3,2}, {2,5,3,1,4}, {3,2,5,1,4},
     {4,5,1,2,3}, {4,5,3,2,1}, {1,4,5,3,2}, {2,5,4,3,1}, {3,2,4,5,1},
     {1,5,3,4,2}, {4,3,5,1,2}, {2,3,4,1,5}, {5,3,2,4,1}, {2,3,5,1,4},
     {4,1,5,3,2}, {5,2,4,3,1}, {4,1,3,5,2}, {2,4,3,5,1}, {1,4,5,3,2},
     {2,4,1,5,3}, {2,4,3,5,1}, {2,3,4,1,5}, {5,1,3,4,2}, {3,2,4,5,1},
     {3,1,2,5,4}, {1,3,5,4,2}, {2,3,4,5,1}, {2,1,5,3,4}, {3,4,5,1,2},
     {2,4,5,1,3}, {4,1,3,5,2}, {2,3,5,1,4}, {2,3,1,4,5}, {1,5,2,4,3},
     {2,5,3,1,4}, {2,1,4,5,3}, {4,5,2,1,3}, {5,1,2,3,4}, {3,4,1,2,5},
     {2,5,4,3,1}, {1,5,4,2,3}, {2,4,1,3,5}, {3,2,1,4,5}, {3,2,1,5,4},
     {3,2,4,5,1}, {5,2,1,3,4}, {1,4,2,3,5}, {4,5,2,3,1}, {3,1,2,4,5},
     {2,4,1,3,5}, {3,4,2,5,1}, {3,1,5,2,4}, {5,2,3,4,1}, {3,2,5,4,1},
     {4,2,1,5,3}, {4,5,1,2,3}, {3,2,1,4,5}, {4,2,1,5,3}, {4,5,3,2,1},
     {3,5,1,2,4}, {1,5,2,3,4}, {3,1,5,4,2}, {3,2,1,5,4}, {1,3,2,5,4},
     {3,2,5,4,1}, {4,2,3,5,1}, {4,5,2,1,3}, {5,4,1,2,3}, {1,3,5,2,4},
     {4,3,1,5,2}, {3,1,5,2,4}, {1,4,2,3,5}, {3,4,5,1,2}, {5,2,3,4,1},
     {2,3,1,4,5}, {1,3,5,2,4}, {2,4,1,3,5}, {1,2,5,3,4}, {1,3,4,5,2},
```

{5,3,1,4,2}, {5,4,3,1,2}, {2,3,5,4,1}, {1,2,4,3,5}, {4,3,1,5,2},
{4,3,2,1,5}, {2,3,4,1,5}, {4,5,1,3,2}, {4,5,3,1,2}, {5,2,4,3,1},
{5,4,2,3,1}, {5,1,2,4,3}, {4,3,1,5,2}, {1,4,5,2,3}, {2,4,1,5,3},
{2,3,4,5,1}, {3,2,4,5,1}, {4,2,5,3,1}, {5,4,1,2,3}, {2,1,4,5,3},
{4,1,5,2,3}, {1,3,2,5,4}, {2,5,4,1,3}, {4,5,3,1,2}, {2,4,5,1,3},
{4,3,5,1,2}, {4,2,1,5,3}, {2,5,4,3,1}, {4,3,1,2,5}, {5,2,3,4,1},
{5,3,1,4,2}, {4,2,3,1,5}, {1,4,2,3,5}, {3,1,4,5,2}, {1,4,3,5,2}}

熟練した店員に無頓着な客と洗練された客を識別してもらうことにする。表示のスペースを考えて無頓着な客ならａ洗練された客ならｂを表示するようにexpert関数を書き換えておく。

expert[x_]:=a/;x≦3;
expert[x_]:=b/;x≧4;

Mapはリストの第１レベルに作用するので、第２レベルに作用するように {2} を付け加える必要がある。

samp=Map[expert,k,{2}]
{{a,b,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,b,a}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b}, {b,a,b,a,a},
{b,a,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {b,a,b,a,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a},
{b,a,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,a,b,b}, {b,a,a,a,b},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,a,b,b}, {b,a,b,a,a}, {a,b,a,a,b},
{b,a,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b},
{a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,a,b},
{b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,a,b,b,a},
{a,b,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {a,a,b,a,b}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,a,b},
{b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a},
{a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,a,a,b,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,b,a,a},
{a,b,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,a,b,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,a,a,b}, {a,a,b,b,a}, {b,b,a,a,a}, {b,a,a,a,b}, {a,b,a,a,b},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b},

{a,a,b,b,a}, {b,a,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {b,b,a,a,a}, {a,a,a,b,b},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,a,b,b}, {b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b},
{a,a,b,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,a,b},
{b,a,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,b,a},
{a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,a,b,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,b,a},
{a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,b,a},
{b,a,b,a,a}, {a,a,a,b,b}, {a,b,b,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,b,b,a,a},
{b,a,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a}}

ここで150回の内に、完売、１本売れ残り、２本売れ残りがそれぞれ何回起こるかカウントしてみよう。カウントするためには、カウントすべき対象を知らないといけない。熟練した店員は{1,2,3,4,5}からえられる順列を、expert関数を使って、ａとｂの並びへと書き換える。そのような書き換えのパターンは論理的に考えるといくつあるのか。その数は、{1,2,3,4,5}を書き換えた{a,a,a,b,b}を並べ替えた順列に等しい。これが、{1,2,3,4,5}から生成されるすべての順列からなる標本空間Ωに、熟練した店員が付加するシグナルのすべてであり、これをsignalと表すと以下のようになる。[1)]

signal＝Permutations[Map[expert, {1,2,3,4,5}]]

{{a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a}}

したがって、熟練した店員の情報は確率変数expert：Ω→signalと見ることができる。またsignal上の確率はΩ上の確率Ｐを使って、$P\ expert^{-1}$で計算できて、いずれのシグナルも$\frac{1}{10}$の確率で生ずることがわかる。

ここから、売れ残りが生じないことを示すシグナルを選び出し、sig０に格納する

sig0＝Select[signal,#[[4]]==b&&#[[5]]==b&]

{{a,a,a,b,b}}

ここで、$P\ expert^{-1}[\{a,a,a,b,b\}]=\frac{1}{10}$だから、売れ残りがなく完売する確率は、$\frac{1}{10}$となる。

２本売れ残ることを示すシグナルを選び出し、sig２に格納する

sig2＝Select[signal,#[[4]]==a&&#[[5]]==a&]

{{a,b,b,a,a},{b,a,b,a,a},{b,b,a,a,a}}

ここで、P $expert^{-1}$[{{a,b,b,a,a},{b,a,b,a,a},{b,b,a,a,a}}]＝$\frac{3}{10}$だから、2本売れ残る確率は、$\frac{3}{10}$となる。

1本売れ残ることを示すシグナルを、残余として選び出し、sig 2 に格納する

sig1＝Complement[signal, Join[sig0,sig2]]

{{a,a,b,a,b},{a,a,b,b,a},{a,b,a,a,b},

{a,b,a,b,a},{b,a,a,a,b},{b,a,a,b,a}}

ここで、P $expert^{-1}$[{{a,a,b,a,b},{a,a,b,b,a},{a,b,a,a,b},{a,b,a,b,a},{b,a,a,a,b},{b,a,a,b,a}}]＝$\frac{6}{10}$だから、1本売れ残る確率は、$\frac{6}{10}$となる。

こうした結果ごとに分類したかたちのものをsignalに格納する。

signal＝{sig0, sig1, sig2}

{{{a,a,a,b,b}},{{a,a,b,a,b},{a,a,b,b,a},{a,b,a,a,b},{a,b,a,b,a},

{b,a,a,a,b},{b,a,a,b,a}},{{a,b,b,a,a},{b,a,b,a,a},{b,b,a,a,a}}}

先ほどのサンプルを結果ごとに分類してカウントする

ct＝Table[Map[Count[samp,#]&, signal[[i]]], {i, 1, Length[signal]}]

{{12},{15,20,20,14,10,20},{15,10,14}}

結果ごとに合計する

ct＝Map[Plus@@#&, ct]

{12,99,39}

さらに合計してサンプル総数の150になるかを確認する

Plus@@ct

150

各結果のもたらす利潤のリストを作りprofitに格納する。

profit＝{99,27,-45};

結果の回数を納めたctとの内積をとって、150回の応対によってもたらされる総利潤を計算[2)]

totalprofit＝profit.ct

2106

相対頻度を求める

rct＝N[ct/Length[samp]]

```
{0.08, 0.66, 0.26}
```

相対頻度とprofitの内積を計算して、１回あたりの平均利潤を求める

```
averageprofit=profit.rct
14.04
```

理論的に求めた期待値12.6よりは１割程度大きくなっている。

サンプル数が150だと理論的に求めた期待値とサンプルから求めた平均とでは、どれほどの誤差がでるのだろうか。それがわからないとすると、期待値を予想に用いることに意味がないのではという疑問が浮かぶ。サンプル150のとき期待値からはずれる、はずれ方に何らかの規則性などがあるのだろうか。この疑問に答えるためには、先ほどの操作を何回も繰り返してその結果を観察するしかないであろう。そこで以上の操作をsampmean[samplesize]関数としてまとめる。このとき必要とされることを、preparationにまとめておく。

```
preparation=( <<DiscreteMath`Combinatorica`;
  expert[x_]:a/;x≦3;
  expert[x_]:b/;x≧4;
  profit= {99, 27, -45};
  signal=Permutations[Map[expert, {1,2,3,4,5,}]];
  sig0=Select[signal, #[[4]]==b && #[[5]]==b &];
  sig2=Select[signal, #[[4]]==a && #[[5]]==a &];
  sig1=Complement[signal, Join[sig0, sig2]];
  signal= {sig0, sig1, sig2};)

sampmean[samplesize_]:=(k=Table[RandomPermutation[5], {samplesize}];
  samp=Map[expert, k, {2}];
  ct=Table[Map[Count[samp,#]&,signal[[i,]]], {i, 1, Length[signal]}]}];
  ct=Map[Plus@@#&, ct];
  rct=N[ct/samplesize];
  totalprofit=profit.ct;
  averageprofit=profit.rct)
  sampmean [150]
  12.12
```

この５人の客に150回応対して得られる平均利潤は今度は12.12となった。最初の実験では14.04であり、ずいぶんとずれがあるように思える。

k

{{5,4,2,3,1}, {1,2,3,5,4}, {4,5,3,2,1}, {5,4,3,1,2}, {3,1,5,4,2},
{1,2,4,3,5}, {5,4,2,3,1}, {3,1,4,2,5}, {1,3,4,5,2}, {3,4,2,5,1},
{1,5,2,4,3}, {4,5,2,3,1}, {2,4,3,5,1}, {1,5,3,4,2}, {3,2,4,5,1},
{1,4,5,2,3}, {1,2,4,3,5}, {1,4,2,3,5}, {1,3,4,2,5}, {5,3,2,4,1},
{2,5,4,1,3}, {4,5,3,1,2}, {5,2,1,4,3}, {5,4,1,2,3}, {3,4,1,2,5},
{5,2,4,1,3}, {3,2,5,1,4}, {1,2,4,3,5}, {3,5,4,2,1}, {3,5,4,1,2},
{5,3,4,1,2}, {2,5,1,4,3}, {5,2,3,4,1}, {2,1,4,5,3}, {3,4,1,2,5},
{5,3,4,1,2}, {1,5,4,2,3}, {3,4,2,1,5}, {4,2,5,3,1}, {5,2,1,4,3},
{3,5,2,1,4}, {5,3,2,1,4}, {5,2,4,3,1}, {3,5,4,2,1}, {2,4,1,5,3},
{5,4,2,3,1}, {2,3,1,5,4}, {5,3,2,4,1}, {2,3,5,4,1}, {1,5,3,2,4},
{4,1,5,3,2}, {3,2,4,1,5}, {2,3,1,5,4}, {1,2,3,4,5}, {3,1,4,5,2},
{5,4,2,3,1}, {1,4,5,2,3}, {3,4,5,1,2}, {2,3,5,4,1}, {2,3,1,5,4},
{4,3,5,1,2}, {3,4,1,5,2}, {3,4,1,5,2}, {2,4,5,1,3}, {1,4,5,3,2},
{5,4,3,1,2}, {2,1,4,5,3}, {3,4,1,5,2}, {1,2,4,3,5}, {3,4,1,2,5},
{1,5,2,4,3}, {2,3,5,1,4}, {2,4,5,1,3}, {2,3,4,5,1}, {1,3,2,4,5},
{3,4,5,2,1}, {3,1,4,5,2}, {4,3,2,1,5}, {4,5,1,3,2}, {3,4,1,2,5},
{3,2,1,5,4}, {3,1,5,4,2}, {1,3,4,5,2}, {1,5,3,4,2}, {1,2,3,4,5},
{1,2,3,5,4}, {3,5,4,1,2}, {5,4,1,2,3}, {2,3,5,1,4}, {3,4,5,1,2},
{4,5,2,1,3}, {1,4,3,5,2}, {2,3,1,4,5}, {5,4,2,1,3}, {4,3,1,2,5},
{1,3,4,2,5}, {1,4,3,2,5}, {2,1,5,3,4}, {3,4,1,2,5}, {3,2,5,4,1},
{3,4,2,5,1}, {4,1,3,5,2}, {4,5,3,1,2}, {2,4,1,5,3}, {1,3,5,2,4},
{3,2,5,4,1}, {4,1,3,2,5}, {3,2,5,1,4}, {2,1,3,4,5}, {4,1,5,3,2},
{3,1,2,5,4}, {5,2,3,1,4}, {3,1,4,2,5}, {1,2,3,5,4}, {4,5,1,3,2},
{1,3,4,5,2}, {4,3,2,5,1}, {5,2,3,1,4}, {2,5,4,1,3}, {1,2,3,5,4},
{2,4,3,1,5}, {3,2,4,1,5}, {3,4,2,1,5}, {5,1,2,4,3}, {1,2,5,4,3},
{1,4,5,3,2}, {3,5,4,2,1}, {5,3,1,4,2}, {3,4,5,1,2}, {4,2,5,1,3},
{2,4,1,5,3}, {1,4,3,5,2}, {5,4,3,2,1}, {5,3,4,2,1}, {3,1,2,4,5},
{5,2,4,1,3}, {3,2,1,4,5}, {3,2,1,4,5}, {4,5,1,2,3}, {5,1,4,3,2},
{5,2,3,1,4}, {2,3,4,5,1}, {3,4,5,2,1}, {5,2,1,4,3}, {5,4,3,2,1},
{2,3,1,5,4}, {5,3,4,2,1}, {1,2,3,5,4}, {3,1,2,5,4}, {1,4,3,2,5}}

samp

{{b,b,a,a,a}, {a,a,a,b,b}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,b,a},
{a,a,b,a,b}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a},
{a,b,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {b,a,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {a,b,a,a,b},
{b,a,b,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a},
{b,a,b,a,a}, {a,b,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b},
{b,a,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,b,a},
{a,b,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,b,a},
{b,b,a,a,a}, {a,a,a,b,b}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b},
{b,a,b,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,b,b,a},
{b,b,a,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,a,b,b},
{b,a,b,a,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a},
{b,b,a,a,a}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b},
{a,b,a,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,b,a,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,a,b,b},
{a,b,b,a,a}, {a,a,b,b,a}, {b,a,a,a,b}, {b,b,a,a,a}, {a,b,a,a,b},
{a,a,a,b,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,a,b,b},
{a,a,a,b,b}, {a,b,b,a,a}, {b,b,a,a,a}, {a,a,b,a,b}, {a,b,b,a,a},
{b,b,a,a,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,a,b,b}, {b,b,a,a,a}, {b,a,a,a,b},
{a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,a,b,b,a},
{a,b,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {a,b,a,b,a}, {a,a,b,a,b},
{a,a,b,b,a}, {b,a,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,a,b,b}, {b,a,b,a,a},
{a,a,a,b,b}, {b,a,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,a,b,b}, {b,b,a,a,a},
{a,a,b,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b}, {a,b,b,a,a}, {a,a,a,b,b},
{a,b,a,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,b,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,b,a,a},
{a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {b,b,a,a,a}, {b,a,b,a,a}, {a,a,a,b,b},
{b,a,b,a,a}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {b,b,a,a,a}, {b,a,b,a,a},
{b,a,a,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,b,a}, {b,b,a,a,a},
{a,a,a,b,b}, {b,a,b,a,a}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,b,a,a,b}}

ct

{20, 79, 51}

rct

{0.133333, 0.526667, 0.34}

profit.rct

12.12

もう少し多くの場合を見てみたい時には、つぎのようにTableコマンドと組み合わせればよい。５人の客に150回応対する実験を10回繰り返して、それぞれについて平均利潤を計算したその結果をリストとして出力すると以下のようになる。

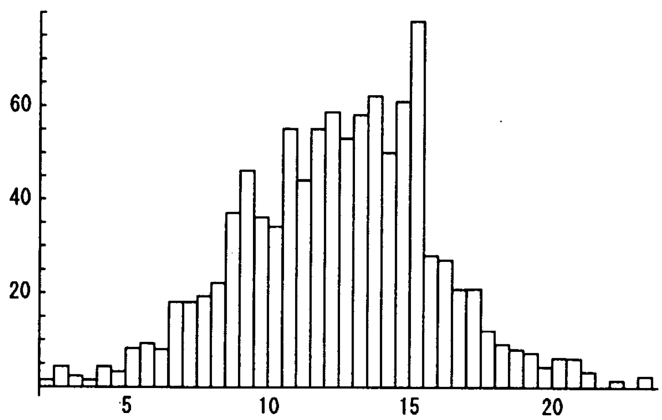
Table[sampmean[150], {10}]

{13.56, 14.04, 7.8, 17.88, 13.56, 11.16, 10.68, 21.24, 11.16, 14.52}

もっとたくさんの場合を扱うために、その計算結果をヒストグラムで表すプログラムtrialを使って、150のサンプルから平均利潤を求める計算を1000回繰り返したときの結果の平均と分散も同時に求めてみた。

```
<<Statistics 'DescriptiveStatistics';
<<Graphics 'Graphics';
<<Statistics 'DataManipulation'

SeedRandom[2003];sampmean[150]
14.52
trial[samplesize_, tn_]:=(t=Table[sampmean[samplesize], {tn}];
  Print[];Print["mean="Mean[t],"variance=", Variance[t]]; Histogram[t]);
Timing[SeedRandom[2003]; trial[150, 1000]]
mean=12.4483   variance=11.5076
```



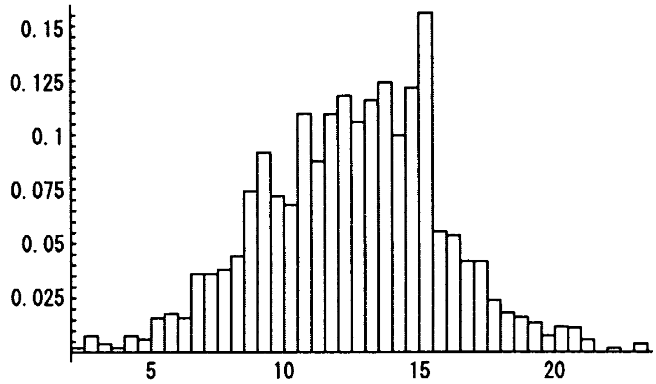
{61.67 Second, -Graphics-}

Select[t, #≦10.1&];

```
Length[%]
236
Select[t, #>=15.1&];
Length[%]
194
```

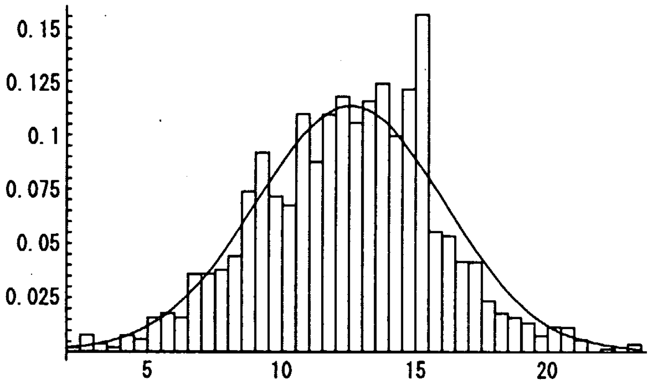
これを見ると理論的な期待値12.6から上下に2.5以上はずれる確率も$\frac{430}{1000}$あることがわかる。
ここで中心極限定理を使って、この標本平均の分布を正規分布で近似してみよう。
先ほどのヒストグラムのスケールを変更して、確率密度を与えるように、HistogramScale→1というオプションを付加すると、形状は同じで高さが$\frac{1}{400}$に縮小されて以下のようになる。

```
g1=Histogram[t, HistogramScale→1];
```



平均がμで標準偏差がσである確率変数から、150のサンプルをとって標本平均を求めたとき、その標本平均の分布は、平均がμで標準偏差が$\sigma/\sqrt{150}$の正規分布で近似できることが知られている。
正規分布を扱うパッケージを読み込んで、正規分布のグラフを描き、先ほどのヒストグラムと重ねあわせたものが、下の図である。

```
<<Statistics`ContinuousDistributions`
σ=√46656/25;
fr[x_]:=PDF[NormalDistribution[12.6, σ/√150], x];
g2=Plot[fr[x], {x, 2., 24.}, DisplayFunction→Identity];
Show[g1, g2, DisplayFunction→$DisplayFunction];
```

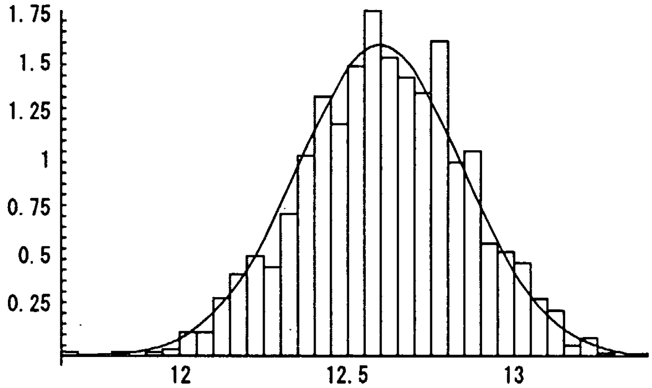


-Graphics-

30000回応対する場合の平均利潤を1000回求め、スケール調整したヒストグラムを描かせ、正規分布で近似したグラフを重ねると、下の図のようになる。コンピューターのスピードが遅いので、12600秒およそ3時間半ほど計算にかかった。

```
Timing[trial[30000, 1000]]
mean=12.6126   variance=0.0610487
 {12606.2 Second, -Graphics-}
g1=Histogram[t, HistogramScale→1];
fr[x_]:=PDF[NormalDistribution[12.6, σ／√30000], x];
g2=Plot[fr[x], {x, 11.5, 13.5}, DisplayFunction→Identity];

Show[g1, g2, DisplayFunction→$DisplayFunction];
```




```
z=Quantile[NormalDistribution]12.6, σ／√30000], .975]
13.0888
z=Quantile[NormalDistribution]12.6, σ／√30000], .025]
12.1112
```

したがって、30000回応対する場合には、１回当たりの平均利潤が理論的期待値12.6の上下0.5以内に収まる確率は95％になる。応対の回数が十分多い時の１回あたりの平均利潤は、理論的な期待値12.6に近いと考えてもよいだろう。ちなみに、１回あたりの平均利潤が理論的期待値12.6の上下0.1以内に収まる確率を95％にするには、およそ73万回の応対が必要である。以上のような意味において消費者の特性を見分けることのできない経験の浅い店員によってもたらされる平均利潤は12.6である。完全差別化を行うための品揃えについての知識の使用料として支払っても良い上限は、差別化をしないときの平均利潤との差額と考えられるであろう。よって平均すると１回の応対について12.6－９＝3.6の使用料を上限とするのが妥当であろう。

それでは消費者の特性を見分ける熟練した店員の情報の価値は、いくらになるであろうか。熟練した店員に相談すると、expert関数によって消費者の特性を表すsigを送信してくるので、シグナルａには安い酒の販売、シグナルｂには高い酒の販売という具合に、最適な販売行動をとると必ず99の利潤を獲得できる。したがって、この情報の価値は平均して１回あたり99－12.6=86.4と考えられるであろう。このことをすこし詳しく見ておこう。

いま消費者が無頓着であるというシグナルをａ、洗練されているというシグナルをｂとすると、消費者の特徴を完全に見抜く者の情報を示すexpert関数は、{1→a, 2→a, 3→a, 4→b, 5→b} という置き換えのルールとしても表現できる。

```
RandomPermutation[5]
%/. {1→a, 2→a, 3→a, 4→b, 5→b}
{1, 4, 5, 2, 3}
{a, b, b, a, a}
```

この情報を適用すると、{1,4,5,2,3} は {a,b,b,a,a} に変換される。このシグナルにしたがって、{安い酒、高い酒、高い酒、安い酒、安い酒} の順序で販売すると、完全差別化したときの利潤99を手にすることができる。もう一度到着パターンをランダムに発生させ、熟練した店員の情報をうると、

```
RandomPermutation[5]
%/. {1→a, 2→a, 3→a, 4→b, 5→b}
 {3, 5, 1, 2, 4}
 {a, b, a, a, b}
```

この場合は{3,5,1,2,4}は{a,b,a,a,b}に変換される。このシグナルにしたがって、{安い酒、高い酒、安い酒、安い酒、高い酒} の順序で販売すると、完全差別化したときの利潤99を手にすることができる。一般的にいって、安い酒をL、高い酒をHとすると、最適な戦略を表す関数は {a→L, b→H} と表すことができる。これを用いると、熟練した店員の情報を活用した最適な販売戦略は次のようにかける。

```
RandomPermutation[5]
%/. {1→a, 2→a, 3→a, 4→b, 5→b}
%/. {a→L, b→H}
 {4, 1, 2, 5, 3}
 {b, a, a, b, a}
 {H, L, L, H, L}
```

ノイズが混じらないという意味で確実な、そして5人の特徴を一揃えしたという意味で完全な情報の価値は99−12.6＝86.4であると考えられるであろう。

それでは、確実だが断片的な情報の価値はどのようになるだろうか。例えば最初に到着する消費者の特徴だけを知らせる情報の価値はいくらになるだろうか。つまり、最初の消費者がaなのかbなのかだけを知らせる情報の価値である。シグナルaを受信した後に、ワインの販売方法に変化があるかどうか考えてみよう。無頓着な消費者であることが分かっても安いワインを売ることしかできない。情報がない場合もこの消費者は安いワインを自発的に購入していくので、シグナルaを受信してもしなくても安いワインが売れることに変わりはない。ただ完売か、１本売れ残るか、２本売れ残るかという確率に関しては変化が生ずる。さきのsignalをつぎのように並べ替えると、完売の確率が$\frac{1}{10}$、1本売れ残る確率は$\frac{6}{10}$、２本売れ残る確率は$\frac{3}{10}$であることがよりはっきりとなる。

```
{
{{a,a,a,b,b}},
{{a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}},
{{a,b,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a}}
}
```

ここから先頭がaであるシグナルを選び出して考えてみると、

{
{{a, a, a, b, b},
{{a, a, b, a, b}, {a, a, b, b, a}, {a, b, a, a, b}, {a, b, a, b, a}},
{{a, b, b, a, a}
}

したがって先頭がaであることを知った事後的な確率は、完売の確率が$\frac{1}{6}$、1本売れ残る確率は$\frac{4}{6}$、2本売れ残る確率は$\frac{1}{6}$となるから、シグナルaを受信した後の利潤の期待値は$\frac{1}{6}\times 99+\frac{4}{6}\times 27+\frac{1}{6}\times -45=27$となる。

つぎに先頭がbであるシグナルを選び出すと、以下のようになる。

{
{},
{{b, a, a, a, b}, {b, a, a, b, a}},
{{b, a, b, a, a}, {b, b, a, a, a}}
}

ここで注意すべき点は、シグナルbを受信したなら、洗練された客であることがわかるわけだから、高いワインを売りつけることができる。したがって、{b, a, a, a, b} ならば完売できるのである。また、{b, a, a, b, a}, {b, a, b, a, a}, {b, b, a, a, a} については、売れ残りが1本発生する。また、すでに1本高いワインを売ったから、高いワインが2本とも売れ残ることはない。

	完売	1本	2本	期待利潤
aを受信	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	27
bを受信	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	45

またシグナルaを受け取る確率は、1または2，3が最初に到着する確率であるから$\frac{3}{5}$であり、シグナルbを受け取る確率は、4または5が最初に到着する確率であるから$\frac{2}{5}$であることを考えあわせると、最初の客の特徴だけを教えてもらう断片的情報の入手から期待できる利潤は$\frac{3}{5}\times 27+\frac{2}{5}\times 45=\frac{171}{5}=34.2$となる。したがって最初の客の特徴だけを教えてもらう断片的な情報に関しては、その価値は$\frac{171}{5}-\frac{63}{5}=\frac{108}{5}=21.6$となる。

二人目の消費者の特徴だけを教える断片的な情報の価値や三人目の特徴だけを教える断片的

な情報についても同様に考えることができる。

四人目がaであるシグナルを選び出して考えてみると、

{
{{},
{{a,a,b,a,b},{a,b,a,a,b},{b,a,a,a,b}},
{{a,b,b,a,a},{b,a,b,a,a},{b,b,a,a,a}}
}

となり、

ここで注意すべき点は、シグナルaを受信したなら無頓着な客であることがわかるわけだから、安いワインをこの客のためにとっておき残りの安いワイン２本と高いワイン２本を先着順に売ればよい。したがって、{a,a,b,a,b} ならば完売できるのである。また、{a,b,a,a,b},{b,a,a,a,b},{a,b,b,a,a},{b,a,b,a,a} については、売れ残りが１本発生する。また、{b,b,a,a,a} の場合は高いワインが２本とも売れ残る。

四人目がbであるシグナルを選び出して考えてみると、

{
{{a,a,a,b,b}},
{{a,a,b,b,a},{a,b,a,b,a},{b,a,a,b,a}},
{}
}

となり、もとの先着順でも高いワインを買うことになっているので、この新しい情報に基づいて工夫する余地はない。

	完売	1本	2本	期待利潤
aを受信	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	27
bを受信	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	45

またシグナルaを受け取る確率は、１または２、３が４番目に到着する確率であるから$\frac{3}{5}$であり、シグナルbを受け取る確率は、４または５が４番目に到着する確率であるから$\frac{2}{5}$であることを考えあわせると、４番目の客の特徴だけを教えてもらう断片的情報の入手から期待できる利潤は$\frac{3}{5}\times 27+\frac{2}{5}\times 45=\frac{171}{5}=34.2$となる。したがって４人目の客の特徴だけを教えてもらう断片的な情報に関しては、その価値の上限は$\frac{171}{5}-\frac{63}{5}=\frac{108}{5}=21.6$となる。

5人目の特徴だけを知らせる断片的な情報の価値の上限も同様にして、21.6と計算できるのである。

以上の分析をまとめると、1人の特徴だけを教える断片的な情報については、1から3番目についてはシグナルbを受け取った時に安いワインを隠して高いワインを売り付ける最適な戦略をとるときにのみその情報が価値を実現するのである。他方4、5番目については、シグナルaを受け取った時に安いワインをその消費者のために残しておく最適な戦略をとって初めてその情報は価値を実現するのである。何番目の消費者の特徴を伝える情報もそれに対して最適な戦略をとる限りにおいて、同じ21.6という価値を実現する。いいかえると、情報を受け取ったにもかかわらず何も手を打たないでいるとその情報の価値は実現されないのである。つまり情報の価値は潜在的で可能性を内包した形態とそれが実現された形態の二つの姿を取るのである。

ワイン業者自身が顧客を見分ける技術をもっており顧客の特徴に関する情報を自分で生産することができるなら、消費者の特徴についての情報は、彼に新たな何かを付け加えるものではない。情報の経済的価値を情報の生み出す付加的な経済的価値によって評価するという立場に立つと、この情報の価値はゼロである。情報の価値は情報それ自体の内容と同時に、情報の受け手がすでに所有している情報にも依存することになる。当たり前のことではあるが、すでに知っていることをきいても何も得ることはないので、そのような情報には価値を見いださない。

しかし、ワイン業者がワインの製造に関しては専門知識を有するが、顧客に関しての知識をまったくもたないとすると、得られたはずの利潤機会をみすみす逃すことになるであろうと考えられる。しかしその情報が対価を支払う値打ちがあるか否かは、その情報がもつ内容を情報の受け手が十分に理解してそれを十分に活用し、それでもって付加的な経済価値を獲得できるか否かに依存することになる。その情報に基づいた最適な戦略を立案する能力と同時にその戦略を実行する力、環境などによって情報が付加する経済的価値は変動し、情報の価値も変動するのである。

完全差別化できる場合の品揃え、ワインの価格と品質洗練された顧客とそうでない客との比率の情報などの情報に顧客を見分ける技術が付け加わると大きな利益が期待できることを示した。まさにジグソーパズルの最後のピースがそのパズルを完成させるように、欠落した情報を追加することによって経済的価値を付加することができるのである。情報はジグソーパズルのピースのように、他のものと連携して初めてその意味内容が浮かび上がるコンテキスト依存性をもつものといえる。

いまのケースでは、顧客に対する知識を持たないワイン業者にとっては、顧客に対する情報は$99-\frac{63}{5}$の経済的な価値を生み出すと考えられるから、この情報の価値を与えてくれるであろう。

この情報に実際に支払われる額言い換えると、情報の取り引き価格は様々な要因に依存して決まる。情報の買い値の最高額は、$99-\frac{63}{5}$を超えないであろうと思われるが、売り値の最低額は情報の生産費用や情報の売り手がその情報から得られる付加的な経済的価値に依存して決まるであろう。

注

1）expert関数によって、どのような情報がもたらされるかみておくと

Ω＝Permutations[{1,2,3,4,5}]

{{1,2,3,4,5}, {1,2,3,5,4}, {1,2,4,3,5}, {1,2,4,5,3}, {1,2,5,3,4},
{1,2,5,4,3}, {1,3,2,4,5}, {1,3,2,5,4}, {1,3,4,2,5}, {1,3,4,5,2},
{1,3,5,2,4}, {1,3,5,4,2}, {1,5,2,3,5}, {1,4,2,5,3}, {1,4,3,2,5},
{1,4,3,5,2}, {1,4,5,2,3}, {1,4,5,3,2}, {1,5,2,3,4}, {1,5,2,4,3},
{1,5,3,2,4}, {1,5,3,4,2}, {1,5,4,2,3}, {1,5,4,3,2}, {2,1,3,4,5},
{2,1,3,5,4}, {2,1,4,3,5}, {2,1,4,5,3}, {2,1,5,3,4}, {2,1,5,4,3},
{2,3,1,4,5}, {2,3,1,5,4}, {2,3,4,1,5}, {2,3,4,5,1}, {2,3,5,1,4},
{2,3,5,4,1}, {2,4,1,3,5}, {2,4,1,5,3}, {2,4,3,1,5}, {2,4,3,5,1},
{2,4,5,1,3}, {2,4,5,3,1}, {2,5,1,3,4}, {2,5,1,4,3}, {2,5,3,1,4},
{2,5,3,4,1}, {2,5,4,1,3}, {2,5,4,3,1}, {3,1,2,4,5}, {3,1,2,5,4},
{3,1,4,2,5}, {3,1,4,5,2}, {3,1,5,2,4}, {3,1,5,4,2}, {3,2,1,4,5},
{3,2,1,5,4}, {3,2,4,1,5}, {3,2,4,5,1}, {3,2,5,1,4}, {3,2,5,4,1},
{3,4,1,2,5}, {3,4,1,5,2}, {3,4,2,1,5}, {3,4,2,5,1}, {3,4,5,1,2},
{3,4,5,2,1}, {3,5,1,2,4}, {3,5,1,4,2}, {3,5,2,1,4}, {3,5,2,4,1},
{3,5,4,1,2}, {3,5,4,2,1}, {4,1,2,3,5}, {4,1,2,5,3}, {4,1,3,2,5},
{4,1,3,5,2}, {4,1,5,2,3}, {4,1,5,3,2}, {4,2,1,3,5}, {4,2,1,5,3},
{4,2,3,1,5}, {4,2,3,5,1}, {4,2,5,1,3}, {4,2,5,3,1}, {4,3,1,2,5},
{4,3,1,5,2}, {4,3,2,1,5}, {4,3,2,5,1}, {4,3,5,1,2}, {4,3,5,2,1},
{4,5,1,2,3}, {4,5,1,3,2}, {4,5,2,1,3}, {4,5,2,3,1}, {4,5,3,1,2},
{4,5,3,2,1}, {5,1,2,3,4}, {5,1,2,4,3}, {5,1,3,2,4}, {5,1,3,4,2},
{5,1,4,2,3}, {5,1,4,3,2}, {5,2,1,3,4}, {5,2,1,4,3}, {5,2,3,1,4},

{5,2,3,4,1}, {5,2,4,1,3}, {5,2,4,3,1}, {5,3,1,2,4}, {5,3,1,4,2},
{5,3,2,1,4}, {5,3,2,4,1}, {5,3,4,1,2}, {5,3,4,2,1}, {5,4,1,2,3},
{5,4,1,3,2}, {5,4,2,1,3}, {5,4,2,3,1}, {5,4,3,1,2}, {5,4,3,2,1}}

sig=Map[expert, Ω, {2}]

{{a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b},
{a,a,b,b,a}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a},
{a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b},
{a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,a,a,b,b},
{a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a},
{a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b},
{a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b},
{a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b},
{a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,a,b,b},
{a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,b,a,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b},
{b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,a,b},
{b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,a,b},
{b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a},

Sort[sig]

{{a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b},
{a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b},

{a,a,a,b,b}, {a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b},
{a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b},
{a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a},
{a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a}, {a,a,b,b,a},
{a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b},
{a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a},
{a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a},
{a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a}, {a,b,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a},
{a,b,b,a,a}, {a,b,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b},
{b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b},
{b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a}, {b,a,a,b,a},
{b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a},
{b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a},
{b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a},
{b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}, {b,b,a,a,a}}

したがって、120の到着パターンをexpert関数で情報処理すると、以下の10種類のシグナルが12個ずつ現れることがわかる。expert関数によって10種類のシグナルのそれぞれが、$\frac{1}{10}$の確率で現れることになる。

{{a,a,a,b,b}, {a,a,b,a,b}, {a,a,b,b,a}, {a,b,a,a,b}, {a,b,a,b,a},
{a,b,b,a,a}, {b,a,a,a,b}, {b,a,a,b,a}, {b,a,b,a,a}, {b,b,a,a,a}}

2）利潤計算をするだけなら、個数を数えたりしないでつぎのような利潤関数を定義して計算すればよい。

```
rijun[t_]: =
  which[t[[4]]===b && t[[5]]===b, 99, t[[4]]===a && t[[5]]===a, -45, True, 27];
```

```
Map[rijun, samp]
 {27, 27, 27, 27, 27, 27, 27, 27, 27, -45, 27, 27, -45, 27, 27, 27, 27, -45,
 27, 27, -45, 27, 27, 99, 27, 27, 27, 99, -45, 27, 27, 27, 27, 27, 27, 27,
 27, -45, 27, 27, -45, -45, -45, -45, 27, 27, -45, 27, 27, 27, -45, -45, 27,
 27, -45, 27, 27, 27, 27, 27, 99, 27, 27, 27, -45, -45, 27, 27, 99, 27, 27,
 27, -45, 27, 27, -45, -45, 27, 99, 99, 27, 27, 27, -45, 99, 27, 27, 27, 27,
 27, 27, -45, 99, 27, -45, 27, 27, 27, 99, 99, 27, 27, -45, -45, 27, 27, 27,
 27, -45, 27, 99, 27, 27, 27, 27, 27, -45, 27, 27, 27, 27, 27, -45, -45, -45,
 -45, 27, 27, -45, 27, 27, 27, -45, -45, 27, -45, 99, -45, -45, -45, -45, 27,
 -45, 27, 27, 27, 27, 27, 27, 27}

plus @@%
2106
```

参考文献

[1] Akerlof George A., The Market for "Lemon": Quality Uncertainty and the Matket Mechanism, *Quarterly Journal of Economics* 89:488-500

[2] Bhatti M. Asghar, *Practical Optimization Methods with Mathematica Applications*, Springer-Verlag New York, Inc., 2000

[3] Billingsley Patrick, *Probability and Measure Third Edition*, John Wiley & Sons, Inc., 1995

[4] Hastings Hevin, *Introduction to Probability with Mathematica*, Chapman & Hall / CRC, 2001

[5] Huang Cliff J.and Philip *S.Crooke, Mathematics and Mathematica for Economists*, Blackwell Publishers, 1997

[6] Kaplan T. and Mulherji A., Designing an Incentive-Compatible Contract in *Economic and Financial Modeling with Mathematica* ed. by Varian Hal R., Springer-Verlag New York, Inc. 1993

[7] Laffont, Jean-Jaeques, The Economics of Uncertainty and Information, The MIT Press, 1989

[8] Mussa M.and S.Rosen, Monopoly and Product *Quality,Journal of Economic Theory* 18:301-17

[9] Salanié, Bernard, *The Economics of Contracts*, The MIT Press, 1997
(契約の経済学、細江守紀、三浦 功、堀 宣昭 訳 勁草書房 2000年)

[10] 菅 準一 非対称情報と制約条件付き非線形最大化問題：Mathematicaを使った数値例、尾道大学経済情報論集、Vol.2 No.1、2002