高能率符号化方式の展開
―($n=m+1$)固定長ブロック符号の場合―

田崎　三郎

記録分野における高能率符号化方式の研究は、通信分野におけるそれをベースとしてスタートしたことは確かである。しかしながら技術開発が進むにつれて、両者それぞれのシステムにおいて用いるメディア構造の違いが段々と符号の特性に影響を持ち出し、また後者に比べて前者の方により厳しい制約条件が課せられ出す、など求められる環境の違いが顕著になり出した。さらに、記録分野におけるメディア開発が多様になり（すなわち非グローバル性が顕著化し出し）、しかも記録分野における技術革新競争の度合が通信分野と比べものにならないほど年々激烈となって来ている。これら要因が重なり合った結果として、記録分野における高能率符号化方式の研究は、いまや通信分野におけるそれを遙かに凌駕した発展を遂げつつあるのが実状といえる。本稿はその記録分野における高能率符号化方式開発の近年の主流の一つである、「殆ど 1 に近い高能率符号化効率 η を持つ 2 次元符号化」に関する一つの検討結果を述べたものであって、具体例として $\eta=32/33$ をもつ (d, G/I) ＝ (0, 12/9) 符号を開発提案している。ここに、d は記録符号系列における符号シンボル“0”の最小ラン長（d 制約)、G は全符号系列での最大ラン長（すなわち k 制約)、I は全符号系列をインターリーブしたときの各符号系列での k 制約である。

キーワード：高能率符号化方式、記録符号、２次元符号、基底帯域方式、伝送符号、固定長ブロック符号、多値符号

目　次

1．まえがき

高能率符号化方式の研究は、アナログ/ディジタル変換の根幹である標本化、量子化、符号化の3機能を極めて素朴に達成しており、1937年に発表されたReevesの提案によるPCM（Pulse Code Modulation）方式、すなわちディジタル情報伝送システムにおける最も基本的なこのPCM方式にそのルーツを持つ。しかしながら、ディジタル技術の基本とされるこのPCMは、従来のアナログ技術による情報伝送システムに比べて大幅な伝送帯域幅を必要とするという重大な欠陥が当時あった。

この問題に対して、その後ディジタル技術に基づき帯域圧縮やデータ圧縮を行なうことを目的としたデルタ変調（DM）や差分PCM（Differential PCM）などの高能率符号化方式が次々と開発され出し、やがてこれら高能率符号化方式は時間軸情報を主対象とする予測符号化や周波数軸情報を主対象とする直交変換符号化へと発展を遂げた経緯を持つ［1］。

上述の各高能率符号化方式はいずれも標本化、量子化、符号化の3機能を持っており、このことが本質的に意味するように、『歪を伴う情報源符号化』として位置づけられるものである。したがって、これら符号化方式においては情報源の確率構造がデータ圧縮技術の基礎となり、その結果人間の感覚には認知されない程度ながら再生品質には必然的に情報損失が発生するという特徴がある。

他方、高能率符号化方式には『歪を伴わない情報源符号化』も存在している。この符号化方式に関する技術開発については、大きく分けて二つの流れがある。ひとつは、エントロピー符号化としてよく知られているHuffman符号がその符号化方式の代表例であり、昨今ではこの部類に属するZiv-Lempel（ZL）符号や代数的符号などがコンピュータ分野において大いに活用されるようになってきている。つまり、このタイプの『歪を伴わない情報源符号化』は、そもそもがコンピュータ科学の進展から生まれた方式と言え、したがって解析手法としても確率論よりもむしろ組合せ論に基づくアプローチが中心となっている。この符号化方式は、またユニバーサル情報源符号化とも呼ばれている［2］。

もう一つのタイプの『歪を伴わない情報源符号化』は、『歪を伴う情報源符号化』と同様に、情報源の確率構造解析が符号化理論の基礎となっている符号化方式である。ただし、この符号化方式では、帯域圧縮やデータ圧縮を同様に目的としてはいるものの、あくまで『歪を伴わない情報源符号化』の範疇に分類すべき符号化方式なのであり、この『歪を伴わない情報源符号化』に関わる情報理論的観点からの検討はShannonの大論文［3］を始めとして、1960年代にいくつか発表されている［4］。これらはかって、通信分野（すなわち情報伝送

系）においては基底帯域方式（Baseband System ；あるいは伝送符号方式）と呼ばれていた高能率符号化方式の部類に属している。これら方式では、情報伝送には搬送波を用いず、単純に伝送符号系列の "0" および "1" に対して適当な電位を対応させている［5］。

ディジタル記録分野への『歪を伴わない情報源符号化』の導入時期は、ディジタル通信分野よりかなり後発であるが、恐らく有限状態推移図を用いたオートマトン理論をベースにした符号化モデルや記録容量算出などの理論研究を行ったFranaszekの初期の論文辺りを記録分野への適用に関する嚆矢として設定するのが妥当かと思われる［6］。

一般常識的にいえば、記録分野へ適用されている『歪を伴わない情報源符号化』も通信分野における基底帯域方式と同じカテゴリーに分類されるべきであろう。しかし、現実にはまったく同じ符号化則をもつ符号でも、記録チャンネルの特異性や誤り率改善が信号再生方式との密接な関係に依存していることなど、後で詳細に述べる理由などもあって基底帯域方式とは区別されており、広くは記録符号（Recording codeまたはChannel code）とか dk ラン制約（Runlength-limited ； RLL）符号などと呼ばれ、個々の符号化方式も通信分野とは異なる名称で取り扱われている。ここに、 d とは記録符号系列における最小ラン長、 k は同系列での最大ラン長を指しており、当然 $d < k$ の特徴をもっている。ただし、通信システムにおいても dk ラン制約が存在することは注意しておく必要がある［4］。

記録システムを対象とする高能率符号化方式の主たる研究動向は、昨今では次の2つの大きな流れに分類できる。

（1） 検出窓幅の拡大を狙いとして、ほとんど1に近い高い符号化効率 $\eta = m/n$ を達成することのできる符号（ここに、m はデータ語長、n は符号語長である）の開発。具体的には $n = m+1$ と設定することが多い。

ならびに

（2） 符号形式が多次元空間に広がることへ対応させた二次元符号の開発。その嚆矢はMarcellin /Weber［7］と考えられ、最近ではとくに、多値符号も用いようとする傾向が目立ち始めている。

本稿は、この（1）のカテゴリーに属する固定長ブロックの η $(0,G/I)$ 符号開発に関する検討結果を述べたものである。ここに、"0"は $d = 0$ であることを示し、G は全符号系列での k 制約（NRZI則におけるシンボル"0"の最大ラン長）、I は全符号系列をインタリーブしたときの符号系列での k 制約を意味している。勿論、ここで述べる符号は二次元符号化につながることを前提とした高符号化率 $n = m+1$ の特徴をもち、文献［8］［9］などが同じくこのカテゴリーに入るべき符号である。

以下では、まず伝送システムと記録システムそれぞれが持つ固有の特性と機能の比較、そして現在の両者に関する研究レベルの実状について考察をおこなう。ついで、これまでのこ

のカテゴリーに関する研究成果を振り返ることで、高能率符号化効率 η をもつ（$0,G/I$）符号の構成条件について考察を行う。そして、これら検討に基づき、新たな高能率の η ($0,G/I$) 符号、すなわち 32/33 (0,12/9) 符号を具体的に提案する。

2．伝送システムと記録システムそれぞれ固有の特性と機能の比較

文献［5］によれば、基底帯域方式に求められる性質として、

(1a)　ビット同期情報の抽出が容易であること。

(1b)　直流遮断特性の影響を受けにくいこと。

(1c)　所要伝送帯域幅が小なること。

(1d)　雑音に強いこと。

(1e)　フレームあるいはワード同期情報の抽出が容易であること。

(1f)　回線の監視が可能であること。

(1h)　情報源と整合の取れた符号形式であること。

などが挙げられている。そして、その代表例として差分方式（今では NRZ（あるいは NRZL）方式の名の方がよく知られている)、Dicode 方式、Dipulse 方式、さらに擬 3 進平衡（Symmetric or Balanced Pseudo-ternary）符号を具体例とする Bimode 符号などが紹介されている。これらはいずれも 1BnB（1Binary n Binary）符号として分類される非ブロック符号の部類に入る。ここに、n は符号語長を指している。

世界各国で実用化された ISDN（統合ディジタルサービス網）における、電話局から加入者までの伝送符号方式として、NTT の INS ネット 64（ピンポン方式）には非ブロック符号の代表例であり、非ブロックの最も単純な符号形式をもつ AMI（交互マーク反転；通称バイポーラ）符号が用いられている。

一方、ISDN の別の伝送方式であるエコーキャンセラ方式を用いている国々では、ブロック符号の一形式である mBnB（m Binary nBinary）符号ならびに mBnT や mBnQ 符号を用いている。例えばドイツの場合では、4B3T 符号（4 Binary 3 Ternary）が、米国とカナダでは 2B1Q（2 Binary 1 Quartery）符号が用いられている。もちろん、いずれの符号も 3 値あるいは 4 値の多値符号である。

次に、記録システムを伝送システムと比較して、特に異なると思われる特徴を少し述べておこう［10]。

(2a)　長手記録システムにおける電磁変換系は帯域通過型（BPF）特性を持ち、しかもその伝達特性は h(D) ＝ 1 － D で表される微分形を持つ。ここに、D は 1 ビット遅延を表す。他方、垂直記録システムや光記録システム、光磁気記録システムでは通信システムと同じく微分形ではない伝達特性をもっている。

(2b) 記録できる信号レベルが記録メディアの構造で制限されるために、SN 比の改善には、雑音を制御できる信号処理方式を用いることが有効である。

(2c) 振幅変動が大きい。

(2d) 時間軸変動が大きく、瞬時変化も速いので、タイミング情報の抽出が難しい。

(2e) しばしばドロップ・アウトなどが起こり、バースト誤りが発生しやすい。

(2f) 記録システムから検出された記録データを再生する手法にビット誤り特性は大きく依存している。

また、これらの特徴に対応させるため記録符号に求められる特性として、次のような諸点のあることが知られている [11] [12]。

(3a) d は極力大きいこと（直流および低周波成分が記録波形に少ないこと）。

(3b) k は極力小さいこと。

(3c) k/d は極力小さいこと。

(3d) 再生波形にタイミング、あるいはクロック情報が適度に含まれていること。

(3e) 再生時の信号対雑音比（S/N）がよいこと。

(3f) 信号検出・再生手法との最適組合せを個々の記録システムについて検討すること。

尤も、ここに掲げたのは記録符号に求められる特性のほんの一部だけである。それでも、明らかに、これら求められている特性のなかには基底帯域方式に対して求められている特性と共通する性質が存在することは当然として、記録システム固有の性質もそこに存在することは（1a）～（1h）と比較することで明らかとなるだろう。

3．伝送符号と記録符号との歴史的発展経過

さて、記録分野における高能率符号化方式の研究は、通信分野のそれをベースとして出発したことは前述した通りであるが、両者それぞれのシステムにおいてが用いられるメディア構造の違いも含めて、符号化研究が進むにつれて、次第に互いのシステムにおいて望ましい条件に違いのあることが明らかとなってきた。そして、やがてより厳しい制約条件をもつ記録分野における進展が通信分野におけるそれを凌ぐようになってきた。

その理由は次のように説明することができる。まず、通信分野ではそれぞれ用いられている伝送システムが極めて巨大にしてグローバルであり、そのようなシステムの性格上符号化方式には世界的な共通性のあることが要求される。このため、当該伝送システムに導入すべき符号化方式が一度世界的な標準方式として決定されてしまうと、関連する諸システムに対する投資規模の大きさや情報の交換システム関係や端末装置の開発など、その符号化方式の機能が影響する範囲の広さは極めて大きくなってしまう。そしてこれら伝送・交換システムや用いる機器間の互換性の確保などの観点から、標準化された符号化方式より優れた特性を

持つ新たな方式がその後の技術革新によって開発された場合でも、現在の標準符号化方式に取って替わることは大変困難となってしまう。このため、その符号化方式を導入した当初は、明らかに当時存在していた方式の内でも機能的にトップレベルにあった筈だか、やがて時間の経過とともに、だんだん効率の悪いものになってしまう宿命を持っている。

特に、情報社会が本格化するにつれてディジタル関連技術全般における革新の速さがそのスピードを加速度をもって増して来たことから、昨今では通信分野において現在標準化されている技術レベルに陳腐化が目立ち始めている。

他方、記録システムを対象とする高能率符号化方式の研究は、パソコンを中心とするコンピュータシステムの普及やマルチメディアを主対象としたAV（オーディオ・ビジュアル）システムの発達につれて、ディジタル記録メディアがかっての磁気テープのみの段階からディスクメディア主体に移り、フロッピーディスク（FDD）、ハードディスク（HDD）へと普及の範囲が広がっていった。このようにして、伝送メディアに比べて記録メディアの多様性が目立ち出し、それぞれ異なる記録メディアに適し、より効率の改善が図れる高能率符号化方式の研究開発に大きな関心が集まり始めた。やがて、よく知られているように、記録メディアはさらに磁気記録から光記録、そして両者が融合した記録メディアへと広がりを見せて行った。

特に、オーディオ情報を主対象とするコンパクトディスク（CD）が1980年代後半にこの世に登場するや、その特長として長時間記録が可能で、その音質は何度聞いても劣化しないこと、さらには低コスト性、そして半永久的な保存性などから、長年の間アナログ記録の代表として君臨してきたLPレコードはあっという間に完全にディジタル記録のCDに置き換えられてしまった。

つづいて、CDはコンピュータ領域にもCD-ROM（Read Only Memory）として多大なるインパクトを与えるようになり、これに続いて追記可能なCD-R（Recordable）や読み書きが可能なCD-RW（ReWritable）まで出現し、その高密度性からそれまで広く用いられてきていた同じディジタル記録機器であるFDやDAT（Digital Audio Tape）に取って代わるようになった。また、磁気一光記録によるMO（Magneto-Optical）ディスクもコンピュータシステムの高密度記録機器として広く社会に普及しだした。

そして、記録メディアの昨今における話題は良く知られているように、DVD（Digital Versatile Disk）の登場であり、いまやDVDはディジタル家電製品における新三種の神器のひとつとして多くの人の渇望の対象となってきている。

このようなことから、情報社会が発展するにつれて、記録分野での高密度化への技術進展と記録ビット当りのコストダウン競争は年々極めて熾烈となり、これにつれてディジタル記録システム関連での技術革新競争は伝送システムにおける場合と比較にならないほど激しさ

を増しだした。その結果、さしもの大手電機メーカですらHDD製品については採算割れを引き起こす企業が次々と出現し、やがて市場から撤退して行くという厳しい状況が起こっている［13］。

ところで、最近、大いに注目を集め出しているのは、次世代記録メディアとされる固体メモリー開発の著しい進展であり、そのコストもHDDに匹敵しそうな勢いで低下しつつある。もともと、固体メモリーは高速性と信頼性の点でディスクやテープより遥かに優れており、もし絶対価格を低下することができた暁には、その使用範囲は格段に広がるだろうことが十分に予測されていた。したがって、固体メモリーの昨今の発展はHDDの強敵が出現したというよりも、今後テープやディスク自体が不要になってゆくのではないかの声さえ聞こえるまでになってきている［14］。しかも、固体メモリーについては、多値記録することが当然のように期待されている。例えば、インテルのNOR型EEPROMでは、２ビット/セルで256Mビットを実現している［15］。

本年に入って、NTTは電子１個で情報を多値記録（５ビット）できるという新たな半導体メモリーを開発した［16］。勿論、まだ素子レベルの基礎研究段階ではあるが、これが実用化される段階になると、固体メモリー同士でもいま多用されているDRAMやフラッシュメモリーですらこの新たな半導体メモリーに取って代わられるかも知れない。

この状況を別の観点から眺めて見れば、ディジタル記録というものは個々の記録メディアを用いたシステムで適用される符号化方式に完結性がある特徴を持っている。しかも、互いの記録機器間での符号化方式に対して、共通性は伝送システムほど強く求められていないので、いずれのディジタル記録システムに関しても統一した高能率符号化方式による標準化は必ずしも要求されない。

次に、符号空間の多様性について比較してみよう。通信分野における高能率符号化方式は、基本的にはリアルタイム信号処理を念頭に置いた時間軸のみを考慮した一次元空間が主たる対象となる。これに振幅軸が加味された場合（このとき多値符号となる）でもせいぜい二次元空間までの拡がりにとどまる。ところが、記録分野における高能率符号化方式における自由度は時間軸に関しても伝送システムより遥かに高く、しかもリアルタイムである必要性は薄い。さらに、例えば、HDD、CDさらにはDVDなどディスクメディアでは回転方向（記録トラック方向）とこれに直交する半径方向に広がる二次元空間が符号形式の対象となる。当然、伝送システムの場合と同じく、記録メディアの品質向上に伴って、これに振幅軸情報を加味する（当然多値符号となる）ことも可能となってきているので、この場合三次元空間を対象として持つ高能率符号化方式となる。

このようにして、記録システムを対象とする高能率符号化方式の研究成果は、もはや伝送システムを対象とする高能率符号化方式研究がとても及ばぬ段階まで、すなわち遥かに進ん

だ高度なレベル内容にまで達してきているといっても過言ではないだろう。ただし、このような記録分野での研究成果は、今後通信分野における伝送符号に対してもやがて活用できる可能性のあることは勿論であり、伝送符号のレベルアップを推し進めるためにも記録システムにおける高能率符号化方式のさらなる研究推進が強く望まれている。

さて第1節の（1）で示した、ほとんど1に近い高い符号化効率 $\eta = m/n$ を達成することのできる符号の研究分野では、実は通信分野においても固定長ブロック符号の一種である mBnB 符号（この場合も $n = m+1$）が以前よりすでに広く検討されている [17]。この場合、一般に、高い符号化効率を達成しようとすれば必然的に符号語長が長くなる傾向があり、それに伴い符号化則が極めて複雑化してしまう。このため、伝送システムではいまのところ 8B9B 符号（$\eta = 8/9$）がせいぜいである。他方、記録分野では当然同じくして優れた固定長ブロック符号も数多く開発されてはいるものの、より特性の優れた可変長符号も開発が進んでいることは特筆しておかねばなるまい。これは、容量の限られたディスクを効率よく使う場合に特に有効とされている [15]。

尤も、このような符号語長の制約は誤り訂正符号の開発に関してはまったく別の話となる。例えば、かって Gallager により発表された LDPC（Low Density Parity Check）符号 [18] には近年ハード技術やソフト技術の発達に伴い改めて見直しが行われ、その結果、Shannon 限界に近い特性を持つ究極の優れた符号として注目を集めている [19]。そして、この LDPC 符号においては、符号語長は数百〜数万ととんでもなく大きな 値を取ることができる。

一方、記録システムで高い符号化効率を達成しようとする場合の符号の開発については、enumerative 法（順序列挙法）[20] [21] やビット単位の符号化則を用いる手法 [8] [9] などが知られているが、それでもかなり複雑な符号化法となることは避けがたい。したがって、いかに簡易な手法で長い符号語長を持つ符号を構成するかが大きな課題となる。そのひとつのソリューションが本稿で述べるブロック語（あるいはサブブロック語）を符号化の基本単位とする符号化則 [22] を用いることである。

4．高能率符号化効率 η をもつ（0,G/I）符号の構成条件

ここに述べる η (0,G/I) 符号は、全符号系列をインタリーブして偶数および奇数の部分系列に分け、その2つの系列をそれぞれ2つのトラックに記録しようとするものである。このことにより、2トラックの記録内容に相関を持つ符号化則を用いることができるので、符号化に関する自由度を増加させることが可能となる。

この符号化則では、データ語も符号語もサブブロックに分けることを基本的概念としている。特に、注目は符号語の取り扱いである。

ここでは、話を簡単化させるために、$n = 9$ と仮定し、9シンボルの系列（すなわち符号

語）をＹ＝（$Y_1, Y_2, \text{---}, Y_9$）で表すことにしよう。さらに、この符号の構成条件に対する理解を容易にするため、本稿では $G=4$ および $I=4$ と置いて話を進める。

4.1　*G*（＝４）制約を満たすためサブブロック符号語間に科せられた条件

G（＝４）制約を満たすためには、９シンボルの系列Ｙの中からその前端と後端のどちらか、あるいは同時に "0" が３連続するパターンを取り除いた後のパターンはすべて式（１）および式（２）を満たさねばならない。

$$Y_1 \oplus Y_2 \oplus Y_3 = 1 \qquad (1)$$

$$Y_7 \oplus Y_8 \oplus Y_9 = 1 \qquad (2)$$

ここに、$\oplus$ は排他的論理和を表わしている。

式（１）と式（２）を満たした上で９シンボルの系列Ｙの内部で "0" が５連続以上するパターンを取り除いた後のパターンもすべて次の式（３）、式（４）および式（５）を満たす必要がある。

$$Y_2 \oplus Y_3 \oplus Y_4 \oplus Y_5 \oplus Y_6 = 1 \qquad (3)$$

$$Y_3 \oplus Y_4 \oplus Y_5 \oplus Y_6 \oplus Y_7 = 1 \qquad (4)$$

$$Y_4 \oplus Y_5 \oplus Y_6 \oplus Y_7 \oplus Y_8 = 1 \qquad (5)$$

4.2　*I*（＝４）制約を満たすためサブブロック符号語間に科せられた条件

①　全符号系列のうちで奇数番目シンボルの集まりである部分系列の最初の３シンボルのいずれかに "1" が少なくとも１つは入ること

②　全符号系列のうちで偶数番目シンボルの集まりである部分系列の最後の３シンボルのいずれかに "1" が少なくとも１つは入ること

③　全符号系列のうちで偶数番目シンボルの集まりである部分系列の最初の３シンボルのいずれかに "1" が少なくとも１つは入ること

④　全符号系列のうちで奇数番目シンボルの集まりである部分系列の最後の３シンボルのいずれかに "1" が少なくとも１つは入ること

⑤　そして、①、②、③、④すべての項目が同時に満たされること

すなわち、この条件は

$$Y_1 \oplus Y_3 \oplus Y_5 = 1 \qquad (6)$$

$$Y_4 \oplus Y_6 \oplus Y_8 = 1 \qquad (7)$$

$$Y_2 \oplus Y_4 \oplus Y_6 = 1 \qquad (8)$$

$$Y_5 \oplus Y_7 \oplus Y_9 = 1 \qquad (9)$$

のように表現できる。

4.3　式（１）～ 式（９）が $G=I=4$ に対する必要条件であることの証明

① 符号語境界条件：　符号語境界条件を満たすためには全符号系列に対する k 制約であ

る$G=4$条件を満たした式（1）および式（2）が成立し、かつ9シンボルの系列の前端と後端にあるそれぞれ3シンボルのいずれにも"1"が少なくとも1つ入ることが求められる。

② 符号語内部条件： 仮に式（3）が成立しない場合が存在すれば、$Y_2 \sim Y_6$のすべての位置に"1"が出現しなくても式（1）、式（2）、ならびに式（4）、式（5）のいずれも成立することが起こり得る。このことから、$Y_2 \sim Y_6$のすべてに"1"が出現しなければ、G（$=4$）制約は満たされることなく、式（3）は必要条件となる。同様にして、式（4）および式（5）も必要条件となることが証明できる。

③ I（$=4$）制約の必要条件：I制約とは、奇数番目の系列（O系列と呼ぶ）と偶数番目の系列（E系列と呼ぶ）の両系列におけるk制約のことを指している。そのため、時点tにおけるシンボル系列Y_tでは、O系列でI制約を満たし、またO,E, O,E,---と交互にそれぞれのサブ系列においてもI制約を満たす必要があり、しかも$I=4$の制約を全体として満たすためには、O系列の前端とE系列の後端のそれぞれ3シンボルのいずれにも"1"が少なくとも1つは入っている必要がある。

同様にして、E系列の前端とO系列の後端のそれぞれ3シンボルのいずれにも"1"が少なくとも1つは入る必要が起こる。

このようにして、$I=4$制約を満たすためには、式（6）～ 式（9）のいずれをも同時に成立することが必要条件となる。

4.4 式（1）～ 式（9）の中での十分条件の存在の可能性

上述したいくつかの条件式のなかで、

$$式（6）\subset 式（3）$$

が成立していることは明らかである。このことから、式（3）は、実は$G=I=4$が成立するための十分条件ではあるが、必要条件ではないといえる。

同様にして、

$$式（7）\subset 式（5）$$

の関係も成立することは明らかである。したがって、式（5）もまた十分条件ではあるが、必要条件ではないということになる。

以上のことより、改めて式（3）および式（5）をGおよびI制約を満たすための必要条件式の集まりから除くことにより、新たにGおよびI制約を満たすための条件式が次のように表現できる。

$$(Y_1 \oplus Y_2 \oplus Y_3) \cdot (Y_3 \oplus Y_4 \oplus Y_5 \oplus Y_6 \oplus Y_7) \cdot (Y_7 \oplus Y_8 \oplus Y_9) = 1 \tag{10}$$

この式は$G=4$を満たすための条件式として、式（1）～ 式（5）の関係を改めて表現したものである。この式では、オーバーラップしている符号シンボルを条件式の縦一列に重ねて表現してあるが、後に示すように、これらオーバーラップしている符号シンボルは条件式を満たすためにより重要な役割を果たすこととなる。

次に、$I=4$を満たすための条件式も同様にして新たに下記のように示すことができる。

$$(Y_1 \oplus Y_3 \oplus Y_5) \cdot (Y_5 \oplus Y_7 \oplus Y_9) = 1 \tag{11}$$

$$(Y_2 \oplus Y_4 \oplus Y_6) \cdot (Y_4 \oplus Y_6 \oplus Y_8 =) = 1 \tag{12}$$

ここに、式 (11) は式（6）～ 式（9）の奇数番目の系列、式 (12) は式（6）～ 式（9）の偶数番目の系列の系列をそれぞれ改めてまとめ直して表現したものである。

なお、$I=4$が成立する式 (11) および式 (12) を条件として式 (10) を振り返れば、明らかに$G=4$も成立していることが分かる。

5．高能率符号化効率ηをもつ (0,G/I) 符号の具体例

5.1　8/9(0，4/5) 符号 [22]

8/9(0，4/5) 符号とは、8ビットのデータ語**X**＝（X_1，X_2，---，X_8）を9シンボルの符号語**Y**＝（Y_1，Y_2，---，Y_9）に変換する固定長ブロック符号のことである。

Xをまず次のように3つのサブデータ語に分割する。

$$(X_1,\ X_2),\ (X_3,\ X_4,\ X_5),\ (X_6,\ X_7,\ X_8)$$

さらに、

$$L = X_1 \oplus X_2 \tag{13}$$

$$R = X_6 \oplus X_7 \oplus X_8 \tag{14}$$

と置く。ここに、$\oplus$は排他的論理和を意味する。

次に、このLとRを組み合わせて、対象とするデータ語のすべてを以下の4通りに分類する。

$$L \cdot R = 1 \tag{15}$$

$$\overline{L} \cdot R = 1 \tag{16}$$

$$L \cdot \overline{R} = 1 \tag{17}$$

$$\overline{L} \cdot \overline{R} = 1 \tag{18}$$

8/9(0，4/5) 符号では、これら式 (15) ～ 式 (18) がそれぞれ生成される符号語と対応した符号化則となり、これらを用いて符号化が行える。

図1は、式(15)～式(18)に対応した符号語生成の具体的な一例を、符号化表として示した

ものである。

他方、復号化は判別シンボルと名づけたY_1, Y_3, Y_7に特に注目して行えばよい。すなわち、Y_7を単独に、あるいは（Y_3, Y_7）ならびに（Y_1, Y_3, Y_7）なる符号シンボル群をまとめて調べることで、式（14）～ 式（17）のどの条件を基にしてどのように符号化されたものであるかが明らかとなる。したがって、復号化則は式（15）～ 式（18）にそれぞれ対応させて、次式のように表現することができる。

(15) に対応 $$Y_7=1 \quad (19)$$

(16) に対応 $$Y_3 \cdot \overline{Y_7}=1 \quad (20)$$

(17) に対応 $$Y_1 \cdot \overline{Y_3} \cdot Y_7=1 \quad (21)$$

(18) に対応 $$\overline{Y_1} \cdot \overline{Y_3} \cdot \overline{Y_7}=1 \quad (22)$$

式（19）～ 式（22）を用いた8/9（0，4/5）符号の復号化表を図2に示す。

6．32/33(0,12/9）符号の開発

高能率符号化効率ηをもつ（0, G /I）符号を二次元的に展開するに当っては、G制約よりもI制約のほうがより重要になってくる。このことから文献［23］よりもさらにI制約の厳しい符号を開発することが望まれる。以下に、新たに開発した32/33(0, 12/9）符号の符号化則および復号化則を示す。

データ語$\mathbf{X}$＝（X_1, X_2, ---, X_{32}）をまず次の7つのサブデータ語に分割する。

(X_1, X_2, X_3, X_4)

(X_5, X_6, X_7, X_8)

$(X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14})$

$(X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20})$

$(X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25})$

$(X_{26}, X_{27}, X_{28}, X_{29}, X_{30}, X_{31}, X_{32})$

次に、8/9（0，4/5）符号と同様にして両端に近い4つのサブデータ語に関して次の関係を設定する。

$$L_1=X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \oplus X_4 \quad (23)$$

$$L_2=X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 \oplus X_8 \quad (24)$$

$$R_2=X_{26} \oplus X_{27} \oplus X_{28} \oplus X_{29} \quad (25)$$

$$R_1=X_{30} \oplus X_{31} \oplus X_{32} \quad (26)$$

さらに、これらサブデータ語を組み合わせて条件式を作成する。この結果を次式に示す。

$$L_1 \cdot L_2 \cdot R_2 \cdot R_1=1 \quad (27)$$

$$\overline{L_1} \cdot L_2 \cdot R_2 \cdot R_1=1 \quad (28)$$

$$L_2 \cdot R_2 \cdot \overline{R_1} = 1 \tag{29}$$
$$L_2 \cdot \overline{R_2} \cdot R_1 = 1 \tag{30}$$
$$\overline{L_2} \cdot R_2 \cdot R_1 = 1 \tag{31}$$
$$L_2 \cdot \overline{R_2} \cdot \overline{R_1} = 1 \tag{32}$$
$$\overline{L_2} \cdot R_2 \cdot \overline{R_1} = 1 \tag{33}$$
$$\overline{L_2} \cdot \overline{R_2} \cdot R_1 = 1 \tag{34}$$
$$\overline{L_2} \cdot \overline{R_2} \cdot \overline{R_1} = 1 \tag{35}$$

図3は、式（27）～ 式（35）に対応した符号語生成の具体的な一例を符号化表として示したものである。

他方、復号化については判別シンボルと名づけた Y_{10}, Y_{12}, Y_{13} ならびに Y_{24} について、Y_{12} を単独に、あるいは（Y_{10}, Y_{12}, Y_{13}, Y_{24}）なる符号シンボル群をまとめて調べることで式（27）～ 式（35）のどの条件を基にして符号化されたかが明らかとなる。したがって、復号化則は式（27）～ 式（35）に対応させて、次式のように表現できる。

（27）に対応 $$Y_{12} = 1 \tag{36}$$
（28）に対応 $$\overline{Y_{10}} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot Y_{13} \cdot Y_{24} = 1 \tag{37}$$
（29）に対応 $$Y_{10} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot Y_{13} \cdot Y_{24} = 1 \tag{38}$$
（30）に対応 $$Y_{10} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot \overline{Y_{13}} \cdot Y_{24} = 1 \tag{39}$$
（31）に対応 $$Y_{10} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot Y_{13} \cdot \overline{Y_{24}} = 1 \tag{40}$$
（32）に対応 $$\overline{Y_{10}} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot \overline{Y_{13}} \cdot Y_{24} = 1 \tag{41}$$
（33）に対応 $$\overline{Y_{10}} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot Y_{13} \cdot \overline{Y_{24}} = 1 \tag{42}$$
（34）に対応 $$Y_{10} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot \overline{Y_{13}} \cdot \overline{Y_{24}} = 1 \tag{43}$$
（35）に対応 $$\overline{Y_{10}} \cdot \overline{Y_{12}} \cdot \overline{Y_{13}} \cdot \overline{Y_{24}} = 1 \tag{44}$$

32/33 (0, 12/ 9）符号の復号化表を図 4 に示す。

7．むすび

本稿では、まず記録システムにおける高能率符号の開発が持つ意義と重要性を明らかにした。ついで、高能率符号化効率 η をもつ（0,G /I）符号の符号化則と具体的な符号構成法ならびに復号法について述べた。これまでに開発された、この範疇にある符号については本稿に示した以外にも、文献 [18]、[21]、[22]、ならびに [24] に詳細な解説がある。

ところで、「1．まえがき」の（2a）～（2e）および（3a）～（3e）に記録システムを伝送システムと比較して、特に異なると思われる特徴、ならびに記録符号に求められる特性をその一部ながら示しておいたが、この高能率符号化効率 η をもつ（0,G /I）符号が示す優れた特性は、他の記録符号と同様にして、信号再生側で用いられる適切な PRML（Partial

Response Maximum Likelihood）方式などと組み合すことではじめてその真価を発揮することができるのである［24］。これらに関する検討については、これまでに Immink, Siegel, and Wolf［24］、Immink［25］ならびに田崎［26］などにより優れた研究成果の公表が行われているので、本稿ではこれら文献を紹介することでもって、その責めを果たしたいと考えている。

（謝辞）

本研究に対して、数々のご高配を頂いた愛媛大学大澤寿教授に深謝申し上げる。

（文献）

［1］情報理論とその応用学会編（辻井、田崎）：情報源符号化ー歪のあるデータ圧縮ー、培風館（2000）

［2］平澤茂一：情報理論入門、培風館（2000）

［3］C.E.Shannon ： A Mathematical Theory of Communication, Bell Syst. Tech. J. Vol.27, pp.379-423 （ July 1948）

［4］田崎三郎：高密度記録のための記録符号に関する情報理論的考察、電子情報通信学会技術報告、MR98-40（1998 − 12）

［5］猪瀬博編： PCM 通信の基礎と新技術、産報（1968）

［6］P.A.Franaszek : Sequence-State Encoding for Digital Transmission, Bell Syst. Tech.J.,Vol.47,pp.143-157（Jan.1968）

［7］M.W.Marcellin and H.J.Weber: Two-Dimensional Modulation Code, IEEE J.Sel.Areas Commun. Vol.10, No.1, pp.258-261（Jan.1992）

［8］J.Eggenberger and A.M.Patel: Method and Apparatus for Implementing Optimum PRML Code,U.S.Patent 4,707,681（ Nov. 1987）

［9］IBM technical Disclosure Bulletin, Vol.31,No.8,pp.21-23 （Jan. 1989）

［10］田崎三郎：ディジタル記録のための新たな信号処理方式、電子情報通信学会技術報告、IT92-84（1992-9）

［11］田崎、大沢：高密度記録における符号化方式の動向、電子通信学会誌、第 68 巻 12 号、pp.1301- 1306（1985 − 12）

［12］江藤、三田、土居：ディジタルビデオ記録技術、日刊工業新聞社（1990）

［13］“メーカーの業績が悪化、泥沼化する価格競争が原因”、日経エレクトロニクス、pp.31-32 （1999.8.9）

［14］“次世代媒体、普及へ本腰”、日経エレクトロニクス、p.38（2001. 1.19）

[15] “多値技術を導入し2ビット/セルで256Mビットを実現、同期型のバースト読み出し時間は13ns”、日経エレクトロニクス、p.49 (2001.10.22)

[16] 日経新聞、2005. 2. 4

[17] 例えば、 加藤、中川、伊藤：高速ディジタル光伝送方式の伝送路符号構成について、電子通信学会論文誌、Vol.J64-B, No.12, pp.1469-1470 (Dec.1981) など

[18] R.G.Gallager: Low Density Parity Check Codes, in Research Monograph Series, Cambridge, MIT Press (1963)

[19] 和田山正：バースト誤り通信路に適した反復復号法、電子情報通信学会論文誌、D-II, Vo.J88-D-II,No.2 pp.170-187 (2005, 2)

[20] T.M.Cover: Enumerative Source Coding, IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-19, pp.73-77 (Jan.1971)

[21] V. Braun and K.A.S. Immink: An Enumerative Coding Technique for DC-Free Runlength-Limited Sequences, IEEE Trans. Commun. Vol 43, pp.1024-1031 (Dec. 2000)

[22] 田崎、原、都築：簡易な符号化則を用いた8/9,16/17,24/25符号の一検討、電子情報通信学会技術報告、MR98-59 (1999-01)

[23] 田崎、原、都築：簡易な符号化則を用いた32/33(0,10/10) 符号の開発、電子情報通信学会技術報告、MR99-6 (1999-06)

[24] K.A.Schouhamer Immink, P.H.Siegel and J.K.Wolf: Codes for Digital Recorders, IEEE Trans.on Inform. Theory, Vol.44, No.6, pp.2260-2299 (Oct. 1998)

[25] K.A. Schouhamer Immink: Codes for Mass Data Storage Systems, Shannon Foundation Publishers, The Netherlands (1999)

[26] 田崎三郎：記録符号化の過去・現在・未来、電子情報通信学会技術報告、IT-2000-56 (2001-03)

Y	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9
(15)	X_1	X_6	X_2	X_7	X_3	X_8	1	X_4	X_5
(16)	X_1	X_4	1	X_6	X_5	X_7	0	X_8	1
(17)	1	X_3	0	X_1	X_4	X_2	0	X_5	1
(18)	0	1	0	X_3	1	X_4	0	1	X_5

図１　8/9(0,4/5) 符号の符号化表

X	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
(19)	Y_1	Y_3	Y_5	Y_8	Y_9	Y_2	Y_4	Y_6
(20)	0	0	Y_1	Y_2	Y_5	Y_4	Y_6	Y_8
(21)	Y_4	Y_6	Y_2	Y_5	Y_8	0	0	0
(22)	0	0	Y_4	Y_6	Y_9	0	0	0

図２　8/9(0,4/5) 符号の復号化表

Y	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	Y_{25}	Y_{26}	Y_{27}	Y_{28}	Y_{29}	Y_{30}	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}
(27)	X_1	X_9	X_2	X_{10}	X_3	X_{11}	X_4	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	1	X_{16}	X_{17}	X_5	X_{18}	X_6	X_{19}	X_7	X_{20}	X_8	X_{21}	X_{22}	X_{30}	X_{23}	X_{31}	X_{26}	X_{32}	X_{27}	X_{24}	X_{28}	X_{25}	X_{29}
(28)	X_5	X_9	X_6	X_{30}	X_7	X_{31}	X_8	X_{32}	X_{10}	0	X_{11}	0	1	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	1	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	1	X_{21}	X_{22}	X_{26}	X_{23}	X_{27}	X_{24}	X_{28}	X_{25}	X_{29}
(29)	X_5	X_9	X_6	X_{10}	X_7	X_{11}	X_8	X_{12}	X_{13}	1	X_{14}	0	1	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	1	X_{25}	X_1	X_{26}	X_2	X_{27}	X_3	X_{28}	X_4	X_{29}
(30)	X_5	X_9	X_6	X_{10}	X_7	X_{11}	X_8	X_{12}	X_{13}	1	X_{14}	0	0	X_{15}	X_{30}	X_{16}	X_{31}	X_{17}	X_{32}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	1	X_{22}	X_{23}	1	X_{24}	X_{25}	X_1	X_2	X_3	X_4
(31)	X_{26}	X_9	X_{27}	X_{10}	X_{28}	X_{11}	X_{29}	X_{12}	X_{13}	1	X_{14}	0	1	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	0	X_{25}	1	X_1	X_2	X_{30}	X_3	X_{31}	X_4	X_{32}
(32)	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	1	1	X_{13}	X_{14}	X_{15}	0	1	0	0	X_{16}	X_{17}	X_{18}	1	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	1	X_{25}	X_1	X_5	X_2	X_6	X_3	X_7	X_4	X_8
(33)	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	1	1	X_{13}	X_{14}	X_{15}	0	X_{16}	0	1	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_1	0	1	1	X_{26}	X_2	X_{27}	X_3	X_{28}	X_4	X_{29}
(34)	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	1	1	X_{14}	X_{15}	1	X_{16}	0	0	X_{17}	X_{18}	X_{19}	1	1	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	0	X_{25}	X_{30}	1	X_{31}	X_1	X_{32}	X_2	X_3	X_4
(35)	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	1	1	X_{15}	0	1	0	0	X_{16}	X_{17}	X_{18}	1	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	1	1	0	X_{23}	1	1	X_{24}	X_{25}	X_1	X_2	X_3	X_4

図3　32/33（0,12/9）符号の符号化表

X	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	X_{31}	X_{32}
(36)	Y_1	Y_3	Y_5	Y_7	Y_{15}	Y_{17}	Y_{19}	Y_{21}	Y_2	Y_4	Y_6	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{16}	Y_{18}	Y_{20}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	Y_{30}	Y_{32}	Y_{27}	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}	Y_{24}	Y_{26}	Y_{28}
(37)	0	0	0	0	Y_1	Y_3	Y_5	Y_7	Y_2	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	Y_{26}	Y_{28}	Y_{30}	Y_{32}	Y_{27}	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}	Y_4	Y_6	Y_8
(38)	Y_{26}	Y_{28}	Y_{30}	Y_{32}	Y_1	Y_3	Y_5	Y_7	Y_2	Y_4	Y_6	Y_8	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	Y_{27}	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}	0	0	0
(39)	Y_{30}	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_1	Y_3	Y_5	Y_7	Y_2	Y_4	Y_6	Y_8	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{16}	Y_{18}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	Y_{26}	Y_{28}	Y_{29}	0	0	0	0	Y_{15}	Y_{17}	Y_{19}
(40)	Y_{27}	Y_{28}	Y_{30}	Y_{32}	0	0	0	0	Y_2	Y_4	Y_6	Y_8	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	Y_1	Y_3	Y_5	Y_7	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}
(41)	Y_{26}	Y_{28}	Y_{30}	Y_{32}	Y_{27}	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	0	0	0	0	0	0	0
(42)	Y_{23}	Y_{28}	Y_{30}	Y_{32}	0	0	0	0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{17}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{27}	Y_{29}	Y_{31}	Y_{33}	0	0	0
(43)	Y_{29}	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	0	0	0	0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_8	Y_9	Y_{11}	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{25}	0	0	0	0	Y_{26}	Y_{28}	Y_{30}
(44)	Y_{30}	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	0	0	0	0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_9	Y_{14}	Y_{15}	Y_{16}	Y_{18}	Y_{19}	Y_{20}	Y_{21}	Y_{25}	Y_{28}	Y_{29}	0	0	0	0	0	0	0

図4　32/33(0,12/9) 符号の復号化表